

SUITES NUMÉRIQUES

~ 10 pts

EXERCICE 1

1. Comme chaque mois, Madame T verse sur le compte 50 euros de plus que ce qu'elle a déposé le mois précédent, alors, pour tout entier naturel n , on a :

$$u_{n+1} = u_n + 50$$

Par définition d'une suite arithmétique, la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 50 et de premier terme $u_0 = 200$.

2. Par propriété d'une suite arithmétique de raison r , pour tout entier naturel n , on a :

$$u_n = u_0 + n \times r$$

$$u_n = 200 + n \times 50$$

$$u_n = 200 + 50n$$

3. On a :

$$u_{12} = 200 + 50 \times 12 = 800$$

$$u_{24} = 200 + 50 \times 24 = 1\,600$$

Après 1 an et après 2 ans, Madame T verse respectivement 800 euros et 1 600 euros sur le compte.

4. a. En 5 ans, il s'écoule 60 mois et on a :

$$u_{60} = 200 + 50 \times 60 = 3\,200$$

Après 5 ans, Madame T devrait déposer 3 200 euros sur le compte.

- b. On cherche $S = u_0 + \dots + u_{60}$.

$$\text{On a : } S = \frac{p \times (u_0 + u_{60})}{2} = \frac{61 \times (200 + 3\,200)}{2} = 103\,700.$$

Au bout de 5 ans, le montant disponible sur le compte est égal à 103 700 euros.

5. On résout l'équation $u_n = 1\,500$.

On a :

$$u_n = 1\,500 \Leftrightarrow$$

$$200 + 50n = 1\,500 \Leftrightarrow$$

$$50n = 1\,300 \Leftrightarrow$$

$$n = 26$$

Madame T pourra verser 1 500 euros sur le compte au bout de 26 mois.

~ 10 pts

EXERCICE 2

1. La production augmente de 4 % chaque année, autrement dit, elle est multipliée par 1,04 chaque année.

- En 2020 : $1,04 \times 5\,000 = 5\,200$. L'usine aura produit 5 200 unités.
- En 2021 : $1,04 \times 5\,200 = 5\,408$. L'usine aura produit 5 408 unités.

2. Comme chaque année, la production est multipliée par 1,04, alors, pour tout entier naturel n , on a :

$$P_{n+1} = 1,04 \times P_n$$

Par définition d'une suite géométrique, la suite (P_n) est une suite géométrique de raison 1,04 et de premier terme $P_0 = 5\,000$.

3. Par propriété d'une suite géométrique de raison q , pour tout entier naturel n , on a :

$$P_n = q^n \times P_0$$

$$P_n = 1,04^n \times 5\,000$$

4. En 2025, $n = 6$ et :

$$P_6 = 1,04^6 \times 5\,000 \simeq 6\,327$$

En 2025, l'usine aura produit environ 6 327 unités.

5. Entre début 2019 et fin 2030, il s'écoule 12 années.

On cherche $S = P_0 + \dots + P_{11}$.

$$\text{On a : } S = P_0 \times \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 5\,000 \times \frac{1 - 1,04^{12}}{1 - 1,04} \simeq 75\,129.$$

Entre début 2019 et fin 2030, l'usine aura produit environ 75 129 unités.