

FONCTION INVERSE

Dans son nouveau service de restauration rapide, Arturo réalise entre 20 et 100 empanadas par jour, qu'il facture au prix de 6 € l'unité.

Les quatre parties de l'exercice sont relativement indépendantes.

PARTIE A. ÉTUDE GRAPHIQUE

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[20 ; 100]$ par :

$$f(x) = 0,1x - 9 + \frac{360}{x}$$

La courbe \mathcal{C} de la fonction f ainsi que la droite (d) d'équation $y = 6$ sont représentées sur le graphique ci-dessous.



Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique. *On laissera apparents les traits nécessaires à cette lecture graphique.*

1. Indiquer l'image de 80 par la fonction f .
2. Indiquer les antécédents de 4 par la fonction f .
3. Indiquer l'abscisse du point d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite (d) .

PARTIE B. ÉTUDE MATHÉMATIQUE

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f et montrer que, pour tout $x \in [20 ; 100]$:

$$f'(x) = \frac{0,1(x+60)(x-60)}{x^2}$$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[20 ; 100]$.
3. En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[20 ; 100]$.

PARTIE C. ÉTUDE ÉCONOMIQUE

Le coût de fabrication de x empanadas, charges incluses, exprimé en euros, est donné par la fonction C définie sur l'intervalle $[20 ; 100]$ par :

$$C(x) = 0,1x^2 - 9x + 360$$

1. Montrer que le coût moyen unitaire d'un empanada est donné par la fonction f .
2. Déduire de la PARTIE A le nombre minimum d'empanadas que Arturo doit vendre pour ne pas être déficitaire.

PARTIE D.

Le pourcentage de personnes du quartier au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo, après x semaines, où $x \geq 1$, est donné par :

$$p(x) = 48 - \frac{40}{x}$$

1. Quel est le pourcentage de personnes du quartier au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo au bout de 1 semaine? Au bout de 10 semaines?
2. Donner la dérivée de la fonction p .
3. En déduire les variations de la fonction p .
4. Plus d'une personne du quartier sur deux sera-t-elle au courant un jour de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo?

Justifier la réponse.