

FONCTIONS EXPONENTIELLES~ 7 points **EXERCICE 1**

1. On a : $C(0) = 10\,000$. Or : $C(0) = k \times a^0 = k \times 1 = k$. D'où : $k = 10\,000$.
Le capital augmente de 2 % en 1 an, autrement dit, il est multiplié par 1,02 en 1 an.
On a : $C(1) = 10\,000 \times 1,02$. Or : $C(1) = 10\,000 \times a^1 = 10\,000 \times a$. D'où : $a = 1,02$.
2. Le 1^{er} janvier 2026 : $x = 5$ et $C(5) = 10\,000 \times 1,02^5 \simeq 11\,040,81$.
Le 1^{er} janvier 2026, le capital est environ égal à 11 040,81 €.
3. On obtient par balayage : $C(35) = 10\,000 \times 1,02^{35} \simeq 19\,999$ et $C(36) = 10\,000 \times 1,02^{36} \simeq 20\,399$.
Le capital aura au moins doublé au bout de 36 ans.
4. On a : $1 + t_{\text{mensuel}} = (1 + t_{\text{annuel}})^{\frac{1}{12}} = 1,02^{\frac{1}{12}} \simeq 1,001\,65$.
D'où : $t_{\text{mensuel}} \simeq 1,001\,65 - 1 \simeq 0,001\,65 \simeq 0,165\%$.
Le taux mensuel moyen équivalent au taux annuel de 2 % est environ égal à 0,165 %.
5. Le 1^{er} octobre 2021, il s'est écoulé 6 mois.
On a : $C = 10\,000 \times (1 + t_{\text{mensuel}})^6 \simeq 10\,000 \times 1,001\,65^6 \simeq 10\,099,50$.
Le 1^{er} octobre 2021, le capital est environ égal à 10 099,50 €.
On obtient le même résultat en calculant $C(0,5) = 10\,000 \times 1,02^{0,5}$.

~ 7 points **EXERCICE 2**

1. La croissance du nombre d'objets connectés est exponentielle donc $f(t) = k \times a^t$.
On a : $f(0) = 42$. Or : $f(0) = k \times a^0 = k \times 1 = k$. D'où : $k = 42$.
Le nombre d'objets connectés augmente de 14 % en 1 an, autrement dit, il est multiplié par 1,14 en 1 an.
On a : $f(1) = 42 \times 1,14$. Or : $f(1) = 42 \times a^1 = 42 \times a$. D'où : $a = 1,14$.
2. On a : $f(2) = 42 \times 1,14^2 \simeq 54,58$.
Ce nombre est le nombre d'objets connectés au bout de 2 ans depuis le 1^{er} décembre 2015, c'est à dire le 1^{er} décembre 2017.
3. le 1^{er} décembre 2025 : $t = 10$ et $f(10) = 42 \times 1,14^{10} \simeq 155,70$.
Le 1^{er} décembre 2025, il y a environ 155,70 milliards d'objets connectés.
4. le 1^{er} juin 2020 : $t = 4,5$ et $f(4,5) = 42 \times 1,14^{4,5} \simeq 75,74$.
Le 1^{er} juin 2020, il y a environ 75,74 milliards d'objets connectés.
5. On obtient par balayage : $f\left(9 + \frac{8}{12}\right) \simeq 149,05$ et $f\left(9 + \frac{9}{12}\right) \simeq 150,69$.
Le nombre d'objets connectés dans le monde atteint 150 milliards au cours du mois d'août 2025.

~ 6 points **EXERCICE 3**

1. A la sortie du four : $x = 0$ et $T(0) = 21 + 65 \times 0,9^0 = 21 + 65 \times 1 = 86$.

La température du café à sa sortie du four est égale à 86°C .

2. On a : $T(5) = 21 + 65 \times 0,9^5 \simeq 59,38$.

La température du café au bout de 5 minutes est environ égale à $59,38^\circ\text{C}$.

3. On obtient par balayage : $T\left(6 + \frac{9}{60}\right) \simeq 55,00$ et $T\left(6 + \frac{10}{60}\right) \simeq 54,94$.

Une personne qui aime boire son café à 55°C doit attendre un peu plus de 6 minutes et 9 secondes.

4. Au bout d'une heure : $x = 60$ et $T(60) = 21 + 65 \times 0,9^{60} \simeq 21,12$.

Au bout de deux heures : $x = 120$ et $T(120) = 21 + 65 \times 0,9^{120} \simeq 21,00$.

La température de la pièce semble être égale à 21°C car la température du café s'en rapproche sur le long terme.

Nous aborderons ce genre de problématique lorsque nous parlerons de limite de fonction.