SUITES NUMÉRIQUES

PARTIE A. ÉTUDE DU 1ER CONTRAT

1. Le montant de la location augmente de 1 150 € tous les ans donc :
- $u_1 = 20\,000 + 1\,150 = 21\,150$. Le 1er janvier 2021, une chambre est louée 21 150 €.
- $u_2 = 21\,150 + 1\,150 = 22\,300$. Le 1er janvier 2022, une chambre est louée 22 300 €.

2. Le montant de la location augmente de 1 150 tous les ans donc, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = u_n + 1\,150$$

3. Puisque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 1\,150$, alors, par **DÉFINITION**, la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 150.

4. Puisque (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 150, alors, par **PROPRIÉTÉ**, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = u_0 + n \times 1\,150 = 20\,000 + 1\,150n$$

5. En 2029, $n = 9$, et $u_9 = 20\,000 + 1\,150 \times 9 = 30\,350$.

Le 1er janvier 2029, une chambre est louée 30 350 €.

PARTIE B. ÉTUDE DU 2ÈME CONTRAT

1. Le montant de la location augmente de 5 % tous les ans donc :
- $v_1 = 1{,}05 \times 20\,000 = 21\,000$. Le 1er janvier 2021, une chambre est louée 21 000 €.
- $v_2 = 1{,}05 \times 21\,000 = 22\,050$. Le 1er janvier 2022, une chambre est louée 22 050 €.

2. Le montant de la location augmente de 5 % tous les ans donc, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = 1{,}05 \times v_n$$

3. Puisque, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 1{,}05 \times v_n$, alors, par **DÉFINITION**, la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05.

4. Puisque (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05, alors, par **PROPRIÉTÉ**, $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = 1{,}05^n \times v_0 = 1{,}05^n \times 20\,000$$

5. En 2029, $n = 9$, et $v_9 = 1{,}05^9 \times 20\,000 \simeq 31\,026{,}56$.

Le 1er janvier 2029, une chambre est louée environ 31 026,56 €.

PARTIE C. COMPARAISON

1. $S = u_0 + \ldots + u_9 = \dfrac{u_0 + u_9}{2} \times 10 = \dfrac{20\,000 + 30\,350}{2} \times 10 = 251\,750.$

2. $T = v_0 + \ldots + v_9 = v_0 \times \dfrac{1 - 1{,}05^{10}}{1 - 1{,}05} = 20\,000 \times \dfrac{1 - 1{,}05^{10}}{1 - 1{,}05} \simeq 251\,557{,}85.$

3. La dépense totale du client est égale à la somme S selon le premier contrat et est égale à la somme T selon le deuxième contrat.

Le client doit souscrire au deuxième contrat pour que sa dépense totale soit minimale.