

VARIABLES ALÉATOIRES ET LOI BINOMIALE (SUJET DE SECOURS)

EXERCICE 1

Une chaîne de magasins d'alimentation décide d'organiser un jeu à l'intention de ses clients.

Le jeu consiste à faire tourner trois roues sur un écran. Chaque roue contient huit symboles différents dont un seul est le logo du magasin. Chaque symbole a la même probabilité de sortie.

Ainsi la probabilité qu'une roue choisie s'arrête sur le logo du magasin est $p = \frac{1}{8}$.

Les symboles affichés par les roues sont indépendants les uns des autres.

On pose X le nombre de logos du magasin obtenu après avoir fait tourner les trois roues.

1. Représenter le jeu à l'aide d'un arbre pondéré.

On notera S l'événement : « Le logo du magasin sort lors d'un tour de roue ».

2. Démontrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Indiquer ses paramètres.
3. Calculer $p(X = 0)$. Interpréter ce résultat.
4. Un client gagnera 10 € s'il obtient deux logos du magasin et 100 € s'il en obtient trois. Dans les autres cas, il ne gagnera rien.
 - a. Calculer la probabilité qu'il gagne 10 €.
 - b. Calculer la probabilité qu'il gagne 100 €.
 - c. Un client affirme que la probabilité de ne rien gagner est supérieure à 0,95. Que pensez-vous de cette affirmation? Justifier la réponse.
5. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X . Interpréter le résultat.

EXERCICE 2

Une élève d'un grand lycée hôtelier prépare des financiers pour ses camarades. Elle utilise 6 œufs dont elle doit séparer les blancs des jaunes.

Comme elle n'est pas totalement sûre d'elle, elle se demande si elle ne doit pas utiliser deux récipients pour réceptionner les blancs.

Elle sait que la probabilité qu'elle réussisse à séparer le blanc du jaune lorsqu'elle casse un œuf est $p = \frac{5}{6}$.

On note X le nombre de séparations réussies.

On suppose que les séparations sont indépendantes les unes des autres.

1. La variable aléatoire X suit une loi binomiale. Indiquer ses paramètres.
2. Réaliser le triangle de Pascal jusqu'à $n = 6$.
3. Calculer $p(X = 4)$. Interpréter le résultat.
4. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X . Interpréter le résultat.
5. L'élève décide d'utiliser deux récipients pour réceptionner les blancs si la probabilité de séparer convenablement les blancs des jaunes de ses 6 œufs est inférieure à $\frac{1}{3}$. Utilisera-t-elle deux récipients? Justifier la réponse.