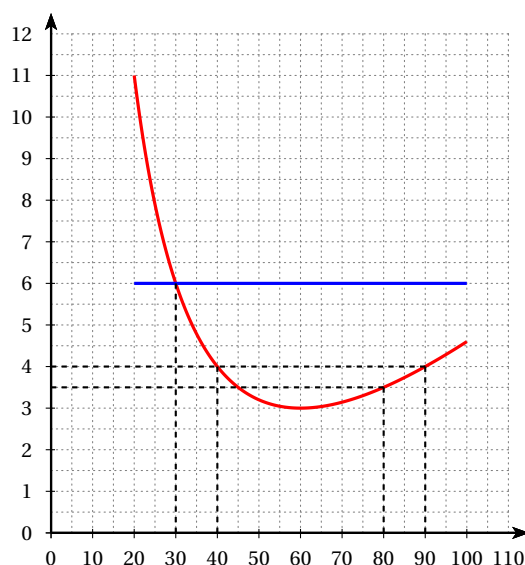


FONCTION INVERSE

PARTIE A. ÉTUDE GRAPHIQUE



1. Graphiquement, l'image de 80 par la fonction f est 3,5.
2. Graphiquement, les antécédents de 4 par la fonction f sont 40 et 90.
3. Graphiquement, l'abscisse du point d'intersection de la courbe \mathcal{C} et de la droite (d) est 30.

PARTIE B. ÉTUDE MATHÉMATIQUE

1. La fonction f est la somme de la fonction affine u définie par $u(x) = 0,1x - 9$ et d'une fonction inverse v définie par $v(x) = \frac{360}{x}$.

$$\text{On a : } f'(x) = u'(x) + v'(x) = 0,1 - \frac{360}{x^2}.$$

$$\text{On a : } f'(x) = \frac{0,1x^2 - 360}{x^2} = \frac{0,1(x^2 - 3600)}{x^2} = \frac{0,1(x^2 - 60^2)}{x^2} = \frac{0,1(x+60)(x-60)}{x^2}.$$

2. Pour tout $x \in [20 ; 100]$: $0,1(x+60) > 0$ et $x^2 > 0$.

Le signe de $f'(x)$ ne dépend que du signe de $0,1x - 60$.

Pour tout $x \in [20 ; 60]$: $f'(x) \leq 0$ et, pour tout $x \in [60 ; 100]$: $f'(x) \geq 0$.

3. Tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[20 ; 100]$:

x	20	60	100
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	11	3	4,6

PARTIE C. ÉTUDE ÉCONOMIQUE

1. On a : $C(0) = 0,1 \times 0^2 - 9 \times 0 + 360 = 360$.

Le montant des charges fixes s'élève à 360 €.

2. Le coût moyen unitaire d'un empanada lorsque Arturo produit x empanadas est : $\frac{C(x)}{x}$.

On a : $\frac{C(x)}{x} = \frac{0,1x^2 - 9x + 360}{x} = 0,1x - 9 + \frac{360}{x} = f(x)$.

Le coût moyen unitaire d'un empanada est bien donné par la fonction f .

3. D'après la question 3 de la PARTIE A, Arturo doit vendre au minimum 30 empanadas pour ne pas être déficitaire.

En deçà, ce coût est supérieur au prix de vente unitaire.

PARTIE D.

1. On a : $p(1) = 48 - \frac{40}{1} = 8$ et $p(10) = 48 - \frac{40}{10} = 44$.

Au bout de 1 semaine, 8 % des personnes du quartier sont au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo.

Au bout de 10 semaines, 44 % des personnes du quartier sont au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo.

2. On a $p'(x) = \frac{40}{x^2}$.

3. Pour tout $x \geq 1$, $p'(x) > 0$. Donc, la fonction p est strictement croissante.

On peut dire que de plus en plus de personnes du quartier sont au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo.

4. On a : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$. Donc : $\lim_{x \rightarrow +\infty} p(x) = 48$.

Sur le long terme, 48 % des personnes du quartier seront au courant de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo et : $48 \% < 50 \%$.

Moins d'une personne du quartier sur deux sera au courant un jour de l'existence du nouveau restaurant d'Arturo.