

**SUITES NUMÉRIQUES****EXERCICE 1**

On considère la suite de nombres :

20 21 23 26 30 35 41 48 42 37 33 30 28

1. Si 20 est le 1<sup>er</sup> terme, quel est le 4<sup>ème</sup> terme? Le 10<sup>ème</sup> terme? Le terme de rang 12?
2. Recopier et compléter : 28 est le ..... terme de cette suite.
3. A-t-on des termes égaux? Si oui, donner leurs rangs.

**EXERCICE 2**

Pour chacune des suites « logiques » de nombres, donner les trois termes suivants.

1. -10 -7 -4 -1 2 5.
2. 0 3 6 9 12.
3. 1 3 6 10 15 21.
4. 2 6 12 15 18.
5. 1 10 100 1 000.
6.  $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$ .

**EXERCICE 3**

La relation de récurrence d'une suite  $u$  est :  $u_{n+1} = 0,5u_n + 2$  et  $u_0 = 100$ .

Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

**EXERCICE 4**

La relation de récurrence d'une suite  $u$  est :  $u_{n+1} = 4 - u_n^2$  et  $u_1 = 2$ .

1. Calculer  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$ .
2. Reprendre avec  $u_1 = -3$ .

**EXERCICE 5**

On s'intéresse à la suite des entiers pairs.

1. Donner le premier entier pair et le suivant.  
Par quelle opération passe-t-on de l'un à l'autre?
2. On nomme  $p_0$  le premier terme, dit de rang 0,  $p_1$  le suivant, et ainsi de suite.  
Proposer une relation fonctionnelle donnant  $p_n$  en fonction de  $n$ .

### EXERCICE 6

On considère l'algorithme suivant, écrit en langage naturel.

```
n ← 0
u ← 100
n ← n + 1
u ← u × 2 × n
u ← u - 40
```

A chaque ligne de l'algorithme, indiquer les valeurs prises par les variables  $n$  et  $u$  dans un tableau.

### EXERCICE 7

On considère la suite  $(u_n)$  définie par la relation fonctionnelle, pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :

$$u_n = -n^2 + 2n + 15$$

1. Calculer les 6 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .
2. Calculer l'écart  $u_{n+1} - u_n$  entre 2 termes consécutifs de cette suite, pour  $n$  allant de 0 à 5.  
Vérifier que :  $u_{n+1} - u_n = 1 - 2n$ .
3. On note  $d_n$  cette différence.  
Quel est le sens de variations de la suite  $(d_n)$ ?

### EXERCICE 8

Une entreprise compte 23 salariés en fin d'année 2010. Durant l'année, le nombre de ses salariés double, mais en fin d'année, 22 salariés quittent l'entreprise.

On note  $s_n$  le nombre de salariés à la fin de l'année 2010 +  $n$ .

1. Écrire une relation de récurrence entre  $s_{n+1}$  et  $s_n$ .
2. A l'aide d'une calculatrice, calculer le nombre de salariés de proche en proche, jusqu'à la fin de l'année 2020.

### EXERCICE 9

Un indice annuel est modélisé par la suite  $(u_n)$  définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 1,05u_n - 3 \text{ et } u_0 = 100$$

1. Représenter cette suite pour  $n$  allant de 0 à 7.
2. Les points sont-ils alignés? Proposer une méthode pour le vérifier.

### EXERCICE 10

Dans une ville, le prix du  $\text{m}^3$  d'eau a augmenté de la façon suivante : il coûtait 3,20 euros le 1<sup>er</sup> janvier 2018, 3,36 euros le 1<sup>er</sup> janvier 2019 et 3,55 euros le 1<sup>er</sup> janvier 2020.

Peut-on modéliser l'évolution du prix du  $\text{m}^3$  d'eau par une suite géométrique?

### EXERCICE 11

Dans un laboratoire, on introduit initialement 1 000 g de bactéries dans une cuve de milieu nutritif. Le jour suivant, la masse de bactéries est de 1 150 g et le troisième jour de 1 322,5 g.

L'évolution de la masse de bactéries peut-elle être modélisée par une suite géométrique?

### EXERCICE 12

On considère la suite  $u$  de terme général :  $u_n = 100 \times 1,08^n$  pour tout entier  $n \geq 0$ .

1. Démontrer que cette suite est géométrique. On précisera la raison et son terme initial.
2. Interpréter la raison en taux d'évolution.

### EXERCICE 13

Un capital augmente de 2,5 % par an.

1. Quel est son coefficient multiplicateur d'une année sur l'autre?
2. On note  $C_n$  le capital acquis au bout de  $n$  années.  
Sachant que le capital initial est de 1 000 €, modéliser cette suite.  
Préciser sa nature et sa raison.
3. Calculer le capital acquis au bout de 10 ans.

### EXERCICE 14

En janvier 2015, M. Tom place un capital à intérêts composés au taux annuel de 5 %.

Après deux ans, en janvier 2017, la valeur acquise par le capital est égale à 2 205 €.

1. Calculer le taux équivalent à deux années de placement.
2. En déduire la valeur initiale du capital placé en janvier 2015.

### EXERCICE 15

1. Quels sont les coefficients multiplicateurs associés à une hausse de 20 % et à une hausse de 15 %?
2. Déterminer la moyenne géométrique de 1,2 et 1,15.
3. En déduire l'évolution moyenne associée à deux hausses successives, une première de 20 % et une deuxième de 15 %.

### EXERCICE 16

1. Quels sont les coefficients multiplicateurs associés à une baisse de 30 % et à une baisse de 25 %?
2. Déterminer la moyenne géométrique de 0,7 et 0,75.
3. En déduire l'évolution moyenne associée à deux baisses successives, une première de 30 % et une deuxième de 25 %.

### EXERCICE 17

Chaque somme  $S$  est la somme de termes successifs d'une suite géométrique  $(u_n)$ . Calculer  $S$ .

1.  $S = 1 + 2 + 4 + \dots + 2\,048$ .
2.  $S = 3 + \frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{3}{8\,192}$ .
3.  $S = 2 + 6 + 18 + \dots + 13\,122$ .

### EXERCICE 18

Une population de bactéries augmente toutes les deux heures de 44 %.

1. Augmente-t-elle de 22 % par heure? Argumenter la réponse.
2. Si la population était de 5 Md de bactéries à 12 h, quelle était la population à 10 h?
3. De quel nombre 1,44 est-il le carré?
4. Montrer que la population de bactéries peut être modélisée par une suite géométrique  $(p_n)$  dont on précisera la raison.
5. Calculer la population de bactéries à 20 h.

### EXERCICE 19

Amina a 1 500 € sur un compte début janvier.

Chaque fin de mois, sa mère lui verse un montant fixe égal à 23 % de cette somme. Mais Amina dépense 200 € chaque mois.

Quel est le sens de variations du montant de son compte?

Argumenter.

### EXERCICE 20

La population d'un village diminue de 8 % tous les 10 ans. Elle était de 1 500 habitants en 1950.

1. Modéliser la population décennale de ce village par une suite notée  $v$ .  
Préciser sa nature et sa raison.
2. Calculer le coefficient multiplicateur de la population de 1950 à 1970.
3. Calculer la population  $v_5$  de ce village en 2000.
4. Proposer une méthode pour déterminer le seuil de réduction de moitié de la population.

### EXERCICE 21

Un flacon contient 1 L d'alcool pur. On décide de le diluer.

- 1<sup>ère</sup> étape : on retire 1 dL d'alcool du flacon que l'on remplace par 1 dL d'eau et on mélange.
- 2<sup>ème</sup> étape : on retire 1 dL du mélange que l'on remplace par 1 dL d'eau et on mélange, et ainsi de suite.

Au bout de combien d'étapes y aura-t-il plus d'eau que d'alcool dans le flacon?

### EXERCICE 22

Une entreprise place un capital de 10 000 euros à intérêts composés au taux annuel de 3 %. Cela signifie que chaque année, le capital augmente de 3 %.

On note  $C_n$  la valeur acquise par le capital au bout de  $n$  années.

1. Calculer  $C_1$  et  $C_2$ .
2. Indiquer la nature de la suite des capitaux  $(C_n)$ .
3. Exprimer le terme général  $C_n$  en fonction de  $n$ .
4. Calculer la valeur acquise par le capital au bout de 10 ans.

### EXERCICE 23

En 2018, les dépenses de fonctionnement d'une entreprise s'élevaient à 12 500 euros. Depuis, elles diminuent de 5,5 % par an.

Le responsable veut savoir à partir de quelle année les dépenses de fonctionnement seront inférieures à 10 000 euros si la baisse se poursuit avec la même évolution annuelle.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $d_n$  les dépenses de fonctionnement l'année 2018 +  $n$ .

1. Préciser  $d_0$ ,  $d_1$  et  $d_2$ .
2. Déterminer la nature de la suite  $(d_n)$ .
3. Exprimer le terme général  $d_n$  en fonction de  $n$ .
4. Conclure en utilisant une calculatrice.

### EXERCICE 24

Un atelier fabrique 250 paires de lunettes par semaine. Au 1<sup>er</sup> janvier 2019, il reçoit une commande de 7 500 pièces pour début juin. Le chef d'atelier compte réaliser cette commande en 24 semaines.

1. Ce délai est-il suffisant? Justifier la réponse.
2. Le chef d'atelier décide d'augmenter la production de 5 % par semaine. On note  $u_n$  le nombre de paires de lunettes produites la  $n$ -ième semaine.
  - a. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
  - b. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$ .
  - c. Exprimer le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Conclure.

### EXERCICE 25

Un jour donné, la pression atmosphérique à l'altitude 0 est égale à 1 000 hectopascals (hPa) et diminue de 1 % pour une élévation d'altitude de 100 mètres.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  la pression à  $n$  centaines de mètres d'altitude.

1. Déterminer la pression atmosphérique à 100 m et à 200 m d'altitude.
2. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ?
3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. En déduire la pression atmosphérique au sommet du Mont-Blanc à 4 800 m ce jour-là.

### EXERCICE 26

Étienne vient d'acheter un lave-linge très perfectionné à 1 500 euros qu'il décide d'assurer. En cas de défaillance, l'assureur rembourse l'appareil mais il applique une décote de 12 % par an sur la valeur de l'appareil. On note  $a_n$  la valeur remboursée du lave-linge la  $n$ -ième année.

1. Calculer  $a_1$  et  $a_2$ .
2. Quelle est la nature de la suite  $(a_n)$ ?
3. Exprimer  $a_n$  en fonction de  $n$ .
4. A partir de quelle année la valeur remboursée sera-t-elle inférieure à 100 euros?

## EXERCICE 27

### PARTIE A.

En France depuis 2016, les ventes de véhicules hybrides ont fortement augmenté. Le tableau ci-dessous donne le nombre de véhicules hybrides vendus en France par année :

Année	2016	2017	2018
Nombre de véhicules	7 420	11 010	15 350

1. Déterminer le pourcentage d'évolution entre 2016 et 2017, puis entre 2017 et 2018.
2. Déterminer la moyenne géométrique de 1,48 et 1,39.
3. Quel est le taux moyen annuel d'évolution entre 2016 et 2018?

### PARTIE B.

On suppose qu'à partir de 2018, les ventes de voitures hybrides augmentent de 43 % par an et que cette évolution va se poursuivre.

On modélise par la suite  $(u_n)$  l'évolution des ventes où la partie entière de  $u_n$  représente le nombre de voitures hybrides vendues au cours de l'année 2018 +  $n$ .

1.
  - a. Que vaut  $u_0$  ?
  - b. Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .
2. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
3. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
4. Selon ce modèle, combien de voitures hybrides seront vendues en 2023 ?

## EXERCICE 28

Pour un emploi où elle compte rester 15 ans, Bahiya se voit proposer deux contrats de travail :

- **Contrat 1** : 21 000 euros de salaire annuel net et une augmentation annuelle de 1 000 euros;
- **Contrat 2** : 18 000 euros de salaire annuel net et une augmentation annuelle de 8 %.

1. On commence par étudier le **contrat 1**.
  - a. On note  $u_n$  la valeur du salaire annuel de Bahiya la  $n$ -ième année.  
Déterminer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
  - b. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
  - c. Exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Calculer  $u_{15}$ .
2. On étudie maintenant le **contrat 2**.
  - a. On note  $v_n$  la valeur du salaire annuel de Bahiya la  $n$ -ième année.  
Déterminer  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .
  - b. Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ?
  - c. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - d. Calculer  $v_{15}$ .
3. Comparer les deux contrats sur le long terme.

### EXERCICE 29

L'entreprise Iron SA exploite un filon de minerai de fer depuis 1950.

La première année d'extraction l'entreprise a récupéré 20 000 tonnes de fer. Cependant depuis 1950, en raison de difficultés croissantes d'extraction, de l'appauvrissement du filon, les quantités extraites diminuent de 1 % par an.

On appelle  $T_n$  le nombre de tonnes extraites l'année (1950 +  $n$ ). On a donc  $T_0 = 20\,000$ .

*Les résultats seront arrondis à la tonne.*

1. Justifier que  $T_1 = 19\,800$  puis calculer  $T_2$  et  $T_3$ .
2. Exprimer  $T_{n+1}$  en fonction de  $T_n$ .
3. Quelle est la nature de la suite  $(T_n)$ ? En déduire l'expression de  $T_n$  en fonction de  $n$ .
4. Quelle est la quantité extraite en 2008?
5. Montrer que la quantité totale extraite entre l'année 1950 et l'année (1950 +  $n$ ) est :

$$S_n = 2\,000\,000 \times (1 - 0,99^{n+1})$$

6. En 1950, les géologues estimaient que ce filon recelait 1 000 000 tonnes de métal. En quelle année, théoriquement, le filon sera-t-il épuisé?

### EXERCICE 30

*Cet exercice est composé de deux parties indépendantes l'une de l'autre.*

#### PARTIE A. LES ÉCONOMIES

Afin de se constituer un capital, un épargnant place 1 000 euros sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 euros sur ce compte.

On note  $u_n$  le montant en euros du capital accumulé au bout de  $n$  mois. Ainsi  $u_0 = 1\,000$ .

1. Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .
2. Déterminer la nature de la suite  $(u_n)$  en justifiant la réponse.
3. En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

Au bout de combien de temps le capital accumulé est-il supérieur à 3 500 euros? Justifier la réponse.

#### PARTIE B. LES DÉPENSES

Cet épargnant doit surveiller ses dépenses. En janvier 2014 il a dépensé 660 € et, jusqu'à présent, ses dépenses ont augmenté chaque mois de 4 %. On suppose que cette évolution va se poursuivre à l'avenir.

Cette évolution conduit à modéliser le montant en euros des dépenses mensuelles au cours du  $n$ -ième mois après janvier 2014 par le terme  $v_n$  d'une suite géométrique. Ainsi  $v_0 = 660$ .

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centime d'euro.

1. Justifier que  $v_1 = 1,04v_0$ . Calculer  $v_3$  et interpréter le résultat.
2. Calculer le montant des dépenses au mois de décembre 2014.
3. Selon ce modèle, quand l'épargnant devrait-il doubler ses dépenses par rapport à janvier 2014?

### EXERCICE 31

Deux coureurs cyclistes, Ugo et Vivien, ont programmé un entraînement hebdomadaire afin de se préparer à une course qui aura lieu dans quelques mois. Leur objectif est de parcourir chacun une distance totale de 1 500 km pendant leur période d'entraînement de 20 semaines.

Ugo commence son entraînement en parcourant 40 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 5 km par semaine. Vivien commence son entraînement en parcourant 30 km la première semaine et prévoit d'augmenter cette distance de 10 % par semaine.

On note  $u_n$  la distance, en kilomètres, parcourue par Ugo la  $n^{\text{ième}}$  semaine. On a ainsi  $u_1 = 40$ .

On note  $v_n$  la distance, en kilomètres, parcourue par Vivien la  $n^{\text{ième}}$  semaine. On a ainsi  $v_1 = 30$ .

#### PARTIE A. L'ENTRAÎNEMENT D'UGO

1. Calculer les distances parcourues par Ugo au cours des deuxième et troisième semaines d'entraînement.
2. Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$ ? Préciser sa raison.
3. Montrer que, pour tout  $n \geq 1$ ,  $u_n = 35 + 5n$ .

#### PARTIE B. L'ENTRAÎNEMENT DE VIVIEN

1. Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$ ? Justifier la réponse.
2. Montrer que, pour tout  $n \geq 1$ ,  $v_n = 30 \times 1,1^{n-1}$ .
3. Calculer  $v_8$ . On arrondira le résultat au dixième.

#### PARTIE C. COMPARAISON DES DEUX ENTRAÎNEMENTS

1. Vivien est persuadé qu'il y aura une semaine où il parcourra une distance supérieure à celle parcourue par Ugo. Vivien a-t-il raison? On pourra utiliser les PARTIES A et B pour justifier la réponse.
2. À la fin de la 17<sup>e</sup> semaine, les deux cyclistes se blessent. Ils décident alors de réduire leur entraînement. Ils ne feront plus que 80 km chacun par semaine à partir de la 18<sup>e</sup> semaine. Leur objectif sera-t-il atteint?

### EXERCICE 32

Un youtubeur compte 35 000 abonnés à sa chaîne au 1<sup>er</sup> janvier 2019.

Au cours de l'année 2019, il constate que chaque mois, il perd 20 % des anciens abonnés mais qu'il en gagne 500 nouveaux.

Pour  $n \geq 1$ , on note  $u_n$  le nombre d'abonnés le 1<sup>er</sup> du  $n$ -ième mois, le premier mois étant le mois de janvier 2019.

1. Préciser  $u_1$ .
2. Calculer  $u_2$  et  $u_3$ .
3. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique? Est-elle géométrique?
4. On introduit la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier  $n \geq 1$  par  $v_n = u_n - 500$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique.  
Préciser sa raison et son premier terme.
  - b. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. Déterminer le nombre d'abonnés au 1<sup>er</sup> janvier 2020.