SUITES NUMÉRIQUES

PARTIE A. ÉTUDE DU 1ER CONTRAT

1. On a : $u_2 = 20\,000 + 1\,200 = 21\,200$. Le 1er janvier 2022, une chambre est louée 21 200 €.
2. On a : $u_3 = 21\,200 + 1\,200 = 22\,400$. Le 1er janvier 2023, une chambre est louée 22 400 €.
3. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 200.
4. On a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_1 + (n-1) \times r \\ u_n &= 20\,000 + (n-1) \times 1\,200 \end{aligned}$$

5. Le 1er janvier 2032, $n = 12$, et $u_{12} = 20\,000 + 11 \times 1\,200 = 33\,200$.

   Le 1er janvier 2032, une chambre est louée 33 200 €.

PARTIE B. ÉTUDE DU 2ÈME CONTRAT

1. On a : $v_2 = 1{,}05 \times 20\,000 = 21\,000$. Le 1er janvier 2022, une chambre est louée 21 000 €.
2. On a : $v_3 = 1{,}05 \times 21\,000 = 22\,050$. Le 1er janvier 2023, une chambre est louée 22 050 €.
3. La suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
4. On a :

$$\begin{aligned} v_n &= q^{n-1} \times v_1 \\ v_n &= 1{,}05^{n-1} \times 20\,000 \end{aligned}$$

5. Le 1er janvier 2032, $n = 12$, et $v_{12} = 1{,}05^{11} \times 20\,000 \simeq 34\,206{,}79$.

   Le 1er janvier 2032, une chambre est louée 34 206,79 €.

PARTIE C. COMPARAISON

1. On a : $S = u_1 + \ldots + u_{12} = 12 \times \dfrac{u_1 + u_{12}}{2} = 12 \times \dfrac{20\,000 + 33\,200}{2} = 319\,200$.
2. On a : $T = v_1 + \ldots + v_{12} = v_1 \times \dfrac{1 - 1{,}05^{12}}{1 - 1{,}05} = 20\,000 \times \dfrac{1 - 1{,}05^{12}}{1 - 1{,}05} \simeq 318\,342{,}53$.
3. La dépense totale du client est égale à la somme S selon le premier contrat et est égale à la somme T selon le deuxième contrat.

   Puisque $318\,342{,}53 < 319\,200$ alors le client doit souscrire au deuxième contrat pour que sa dépense totale soit minimale.