CORRIGÉ DS N°2 **MATHÉMATIQUES** **THR**

Mardi 4 Mars 2025 Lycée Jean DROUANT

PROBABILITÉS

Prénom : ....

NOM : ....

~ 8 points

EXERCICE 1

La gérante d'un hôtel 3 étoiles du IXe arrondissement de la ville de Paris analyse les réservations effectuées pour le premier week-end du mois de juin.

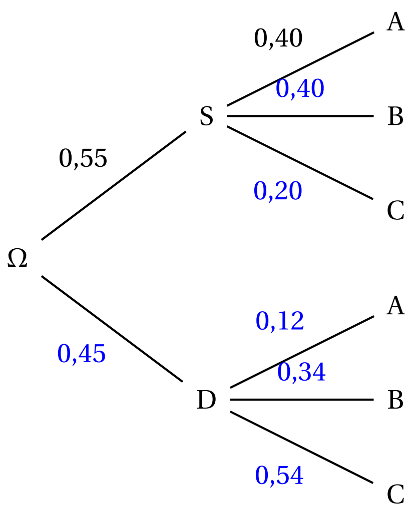
- Cent chambres sont réservées : 55 chambres simples et 45 chambres doubles.
- Parmi les chambres simples réservées, 40 % l'ont été par des clients ayant entre 18 et 30 ans, 40 % par des clients ayant entre 31 et 50 ans et le reste par des clients de plus de 50 ans.
- Parmi les chambres doubles réservées, 12 % l'ont été par des clients ayant entre 18 et 30 ans, 34 % par des clients ayant entre 31 et 50 ans et le reste par des clients de plus de 50 ans.

La gérante de l'hôtel choisit au hasard une fiche de réservation d'une chambre de son établissement pour le premier week-end de juin. On admet que chaque fiche possède la même probabilité d'être choisie.

On considère les évènements suivants :

- A l'événement « La fiche choisie est celle d'un client ayant entre 18 et 30 ans ».
- B l'événement « La fiche choisie est celle d'un client ayant entre 31 et 50 ans ».
- C l'événement « La fiche choisie est celle d'un client ayant plus de 50 ans ».
- S l'événement « La fiche choisie correspond à la réservation d'une chambre simple ».
- D l'événement « La fiche choisie correspond à la réservation d'une chambre double ».

1. Compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un client ayant entre 18 et 30 ans et corresponde à la réservation d'une chambre simple.

On cherche $p(\mathrm{S} \cap \mathrm{A})$.

On a : $p(\mathrm{S} \cap \mathrm{A}) = p(\mathrm{S}) \times p_{\mathrm{S}}(\mathrm{A}) = 0{,}55 \times 0{,}40 = 0{,}22$.

3. Montrer que $p(\mathrm{A}) = 0{,}274$.

On a : $p(\mathrm{D} \cap \mathrm{A}) = p(\mathrm{D}) \times p_{\mathrm{D}}(\mathrm{A}) = 0{,}45 \times 0{,}12 = 0{,}054$.

On a : $p(\mathrm{A}) = p(\mathrm{S} \cap \mathrm{A}) + p(\mathrm{D} \cap \mathrm{A}) = 0{,}22 + 0{,}054 = 0{,}274$.

4. Sachant que la fiche choisie est celle d'un client ayant entre 18 et 30 ans, quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-4}, qu'elle corresponde à la réservation d'une chambre simple ?

On cherche $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{S})$.

On a : $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{S}) = \dfrac{p(\mathrm{A} \cap \mathrm{S})}{p(\mathrm{A})} = \dfrac{0{,}22}{0{,}274} = 0{,}802\,9$.

~ 8 points **EXERCICE 2**

Afin de suivre les directives concernant l'information sur les allergènes, un restaurant a répertorié deux allergènes pouvant être contenus dans les petits fours servis en mise en bouche : les fruits de mer et le gluten.

Parmi les petits fours servis :

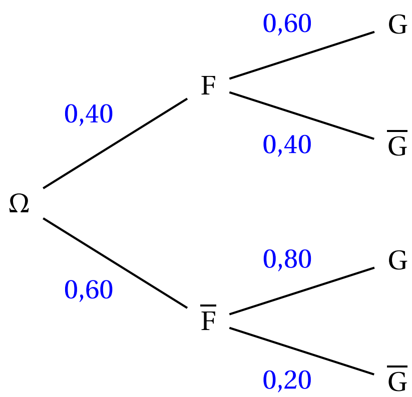
- 40 % contiennent des fruits de mer.
- 60 % des petits fours contenant des fruits de mer contiennent aussi du gluten.
- 80 % des petits fours sans fruit de mer contiennent du gluten.

On choisit au hasard un petit four. On admet que chacun a la même probabilité d'être choisi.

On note :

- F l'événement : « le petit four contient des fruits de mer ».
- G l'événement : « le petit four contient du gluten ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous :



2. Décrire par une phrase l'événement $F \cap G$ et calculer sa probabilité.

L'événement $F \cap G$ est l'événement : « le petit four contient des fruits de mer et du gluten ».

On a : $p(F \cap G) = p(F) \times p_F(G) = 0{,}40 \times 0{,}60 = 0{,}24$.

3. Calculer la probabilité que le petit four contienne du gluten.

On cherche $p(G)$.

On a : $p(\overline{F} \cap G) = p(\overline{F}) \times p_{\overline{F}}(G) = 0{,}60 \times 0{,}80 = 0{,}48$.

On a : $p(G) = p(F \cap G) + p(\overline{F} \cap G) = 0{,}24 + 0{,}48 = 0{,}72$.

4. Est-il vrai que deux-tiers des petits fours contenant du gluten ne contiennent pas de fruits de mer ?

Justifier la réponse en réalisant les calculs nécessaires.

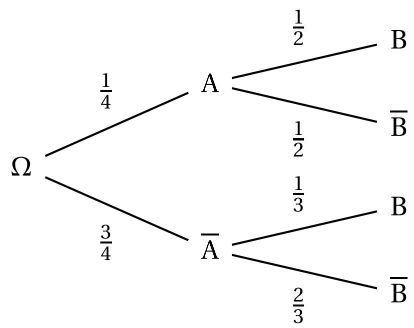
On calcule $p_G(\overline{F})$.

On a : $p_G(\overline{F}) = \dfrac{p(G \cap \overline{F})}{p(G)} = \dfrac{0{,}48}{0{,}72} = \dfrac{2}{3}$.

Oui, il est vrai que deux-tiers des petits fours contenant du gluten ne contiennent pas de fruits de mer.

~ 4 points **EXERCICE 3**

On considère l'arbre de probabilités ci-dessous :



1. Calculer $p(B)$.

On a : $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) = p(A) \times p_A(B) + p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(B) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8}$.

2. Calculer $p_B(A)$.

On a : $p_B(A) = \dfrac{p(B \cap A)}{p(B)} = \dfrac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{1}{3}$.