SUITES NUMÉRIQUES

PARTIE A. ÉTUDE DU 1ER CONTRAT

1. On a : $u_2 = 21\ 000 + 1\ 000 = 22\ 000$. En 2022, le salaire net annuel de Paul est égal à 22 000 €.
2. On a : $u_3 = 22\ 000 + 1\ 000 = 23\ 000$. En 2023, le salaire net annuel de Paul est égal à 23 000 €.
3. La suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1 000.
4. On a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_1 + (n-1) \times r \\ u_n &= 21\ 000 + (n-1) \times 1\ 000 \end{aligned}$$

5. En 2030, $n = 10$, et $u_{10} = 21\ 000 + 9 \times 1\ 000 = 30\ 000$.

   En 2030, le salaire net annuel de Paul est égal à 30 000 €.

PARTIE B. ÉTUDE DU 2ÈME CONTRAT

1. On a : $v_2 = 1{,}07 \times 18\ 000 = 19\ 260$. En 2022, le salaire net annuel de Paul est égal à 19 260 €.
2. On a : $v_3 = 1{,}07 \times 19\ 260 = 20\ 608{,}2$. En 2023, son salaire net annuel est égal à 20 608,20 €.
3. La suite (v_n) est une suite géométrique de raison 1,07.
4. On a :

$$\begin{aligned} v_n &= q^{n-1} \times v_1 \\ v_n &= 1{,}07^{n-1} \times 18\ 000 \end{aligned}$$

5. En 2030, $n = 10$, et $v_{10} = 1{,}07^9 \times 18\ 000 \simeq 33\ 092{,}27$.

   En 2030, le salaire net annuel de Paul est environ égal à 33 092,27 €.

PARTIE C. COMPARAISON

1. $S = u_1 + \ldots + u_{10} = 10 \times \dfrac{u_1 + u_{10}}{2} = 10 \times \dfrac{21\ 000 + 30\ 000}{2} = 255\ 000.$
2. $T = v_1 + \ldots + v_{10} = v_1 \times \dfrac{1 - 1{,}07^{10}}{1 - 1{,}07} = 18\ 000 \times \dfrac{1 - 1{,}07^{10}}{1 - 1{,}07} \simeq 248\ 696{,}33.$
3. Le salaire net de Paul sur 10 ans est égal à la somme S selon le premier contrat et est égal à la somme T selon le deuxième contrat.

   Puisque $255\ 000 > 248\ 696{,}33$ alors Paul doit souscrire au premier contrat pour que son salaire net sur l'ensemble des 10 années soit maximal.