PROBABILITÉS

EXERCICE 1

D'un jeu de 32 cartes, on tire une carte au hasard.

Calculer la probabilité des événements :

- A : « La carte est un valet » ;
- B : « La carte est un pique » ;
- C : « La carte est un valet de pique » ;
- D : « La carte est un valet ou un pique » ;
- E : « La carte n'est ni un valet ni un pique » ;
- F : « La carte n'est pas un valet mais un pique ».

EXERCICE 2

On lance deux fois de suite une pièce supposée équilibrée.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois « PILE » ?
2. En déduire la probabilité d'obtenir au moins une fois « FACE ».

EXERCICE 3

Dans un groupe de 20 personnes, 10 personnes s'intéressent à la pêche, 8 à la lecture et 3 à la fois aux deux.

On choisit au hasard une personne du groupe.

1. Calculer la probabilité qu'elle s'intéresse à la pêche ou à la lecture.
2. Calculer la probabilité qu'elle ne s'intéresse ni à la pêche ni à la lecture.

EXERCICE 4

On lance deux dés non truqués à 6 faces et on s'intéresse au produit des nombres obtenus.

1. Donner l'univers associé à cette expérience aléatoire.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 6 ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir 16 ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir 20 ?

EXERCICE 5

Dans un zoo, on a regroupé dans le même enclos deux dromadaires (D1 et D2), deux chameaux (C1 et C2) et un lama (L).

Un visiteur prend une photo de trois animaux côte à côte qui ont tous la même probabilité d'être photographiés.

Quelle est la probabilité que le visiteur ait photographié quatre bosses ?

EXERCICE 6

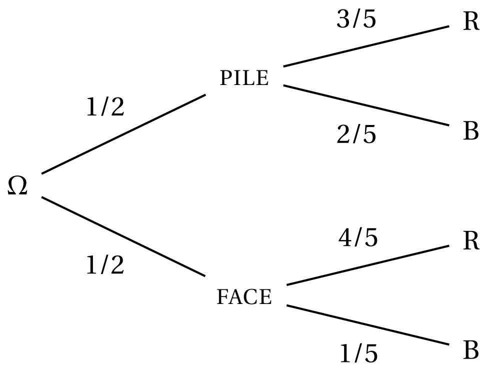
Un jeu est organisé.

On dispose de deux sacs A et B. Le sac A contient 3 boules rouges et 2 boules blanches et le sac B contient 4 boules rouges et 1 boule blanche.

Le joueur lance une pièce de monnaie bien équilibrée. S'il obtient PILE, il tire une boule dans le sac A et s'il obtient FACE, il tire une boule dans le sac B.

Le joueur gagne s'il obtient une boule blanche.

L'arbre suivant représente le déroulement du jeu.



Calculer la probabilité pour que le joueur gagne.

EXERCICE 7

Une maladie atteint 3 % d'une population de 30 000 habitants.

On soumet cette population à un test :

- parmi les bien-portants, 2 % ont un test positif ;
- parmi les individus malades, 49 ont un test négatif.

1. Compléter le tableau suivant :

État / Test	Malade	Bien-portant	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			30 000

2. On choisit au hasard un individu de cette population.

   On considère les événement P et M suivants :

   - P : « le test est positif pour l'individu choisi » ;
   - M : « l'individu choisi est malade ».

   Dans les questions suivantes, les résultats numériques demandés seront donnés à 10^{-3} près.

   a. Définir par une phrase l'événement $P \cap M$.

   b. Calculer sa probabilité.

   c. Calculer la probabilité que le test soit positif sachant que l'individu n'est pas malade.

   d. Calculer la probabilité que l'individu soit malade sachant que le test est positif.

EXERCICE 8

Dans une association de 500 membres, les activités proposées sont le jeu de dames, le jeu d'échecs et le jeu de go. Les membres sont classés selon leur tranche d'âge : juniors, adultes, séniors.

On sait que :

- 30 % jouent aux dames et parmi eux, le cinquième sont juniors.
- 60 % jouent aux échecs et parmi eux, 70 % sont adultes.
- Parmi les joueurs de go, il y a 10 juniors et 20 séniors.

1. Compléter le tableau suivant :

Activité Age	Dames	Echecs	Go	Total
Juniors		50		
Adultes	80			
Séniors				
Total				500

2. On choisit au hasard un membre parmi les 500 membres de l'association.

   On considère les événements suivants :

   - J : « Le membre est un junior ».
   - A : « Le membre est un adulte ».
   - S : « Le membre est un sénior ».
   - D : « Le membre joue aux dames ».
   - E : « Le membre joue aux échecs ».
   - G : « Le membre joue au go ».

   Dans les questions qui suivent, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

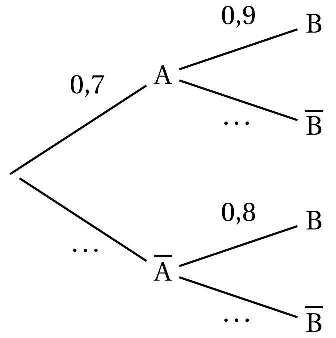
   a. Déterminer les probabilités des événements A et E.

   b. Décrire l'événement $A \cap E$ à l'aide d'une phrase puis calculer sa probabilité.

   c. On choisit au hasard un membre parmi les joueurs de dames. Calculer la probabilité que ce soit un sénior.

   d. Calculer la probabilité conditionnelle de J sachant E, notée $p_E(J)$.

EXERCICE 9



1. Recopier et remplir l'arbre de probabilités ci-contre.
2. Indiquer la probabilité $p_A(B)$.
3. Calculer la probabilité $p(A \cap B)$.
4. Calculer la probabilité $p(B)$.
5. Calculer à 10^{-3} près la probabilité $p_B(A)$.
6. Inventer un contexte modélisable par l'arbre de probabilités ci-contre.

EXERCICE 10

Une étude menée en 2010 par l'institut national de prévention et d'éducation à la santé évalue le comportement face au tabac en fonction de l'âge d'initiation.

Cette étude menée auprès d'un panel de personnes âgées de 20 ans à 25 ans et ayant déjà testé la cigarette présente les conclusions suivantes.

- La probabilité de devenir un fumeur régulier est de 0,65 si la première cigarette a été fumée avant l'âge de 14 ans.
- Cette probabilité est de 0,52 si la première cigarette a été fumée entre 14 ans et 17 ans.
- Cette probabilité est enfin de 0,32 si la première cigarette a été fumée après l'âge de 17 ans.

On interroge 500 personnes, choisies au hasard, âgées de 20 à 25 ans ayant déjà fumé.

Le tableau ci-dessous donne la répartition des personnes interrogées selon l'âge qu'elles avaient lors de la consommation de leur première cigarette.

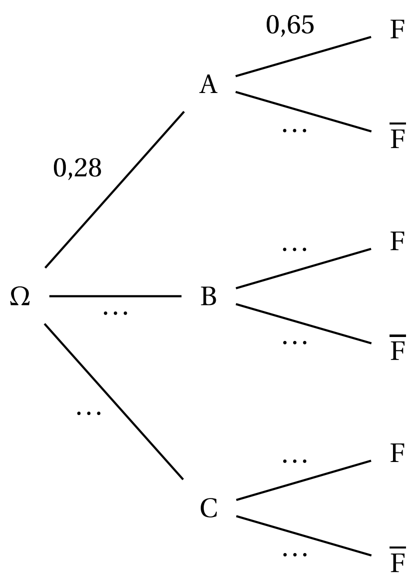
Age	Avant 14 ans	Entre 14 ans et 17 ans	Après 17 ans
Personnes interrogées	28 %	57 %	15 %

On choisit une personne au hasard parmi les 500 interrogées.

Dans la suite de l'exercice, on note :

- F l'évènement « la personne choisie est un fumeur régulier ».
- A l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans ».
- B l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette entre 14 ans et 17 ans ».
- C l'évènement « la personne choisie a fumé sa première cigarette après l'âge de 17 ans ».

1. En considérant encore valables les conclusions de l'étude menée en 2010, recopier puis compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Quelle est la probabilité que la personne choisie ait fumé avant l'âge de 14 ans et soit un fumeur régulier ?
3. Montrer que $p(\mathrm{F}) = 0{,}526\,4$.
4. Sachant que la personne choisie est un fumeur régulier, quelle est la probabilité, arrondie à 10^{-4}, qu'il ait fumé sa première cigarette avant l'âge de 14 ans ?

EXERCICE 11

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième.

Tous les 5 ans, l'établissement INVS (Institut national de veille sanitaire) réalise une enquête sur les infections nosocomiales (infections contractées au cours d'une hospitalisation).

Lors de la dernière enquête, on a obtenu les résultats suivants :

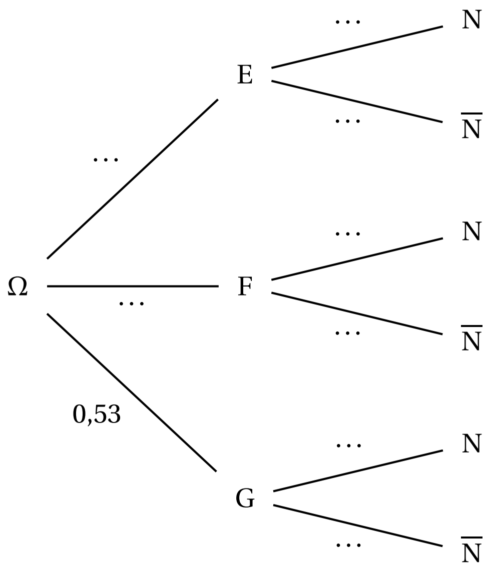
- 53% des personnes hospitalisées étaient âgées de 66 ans ou plus.
  Parmi eux, 6,4% ont été atteints par une infection nosocomiale.
- 6% des personnes hospitalisées étaient âgées de 14 ans ou moins.
  Parmi eux, 2,4% ont été atteints par une infection nosocomiale.
- Parmi les patients âgés de 15 à 65 ans, 3,7% ont été atteints par une infection nosocomiale.

On choisit au hasard une personne parmi celles qui ont participé à cette enquête. On considère les évènements suivants :

- E : « La personne est âgée de 0 à 14 ans ».
- F : « La personne est âgée de 15 à 65 ans ».
- G : « La personne est âgée de plus de 65 ans ».
- N : « La personne est atteinte par une infection nosocomiale ».

Pour tout évènement A, on notera $p(\text{A})$ sa probabilité et $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de A.

1. En utilisant les données de l'énoncé, compléter l'arbre de probabilités :



2. Définir par une phrase l'évènement $\text{G} \cap \text{N}$ puis calculer sa probabilité.
3. Montrer qu'une valeur approchée au millième de la probabilité de contracter une infection nosocomiale est 0,051.
4. Un lecteur de l'enquête affirme qu'un patient victime d'une infection nosocomiale a plus de trois chances sur quatre d'être une personne âgée de plus de 65 ans.

   A-t-il raison ? Justifier.