

STATISTIQUES À UNE VARIABLE

EXERCICE 1

Soit n le nombre de jours en septembre. On a : $n = 3 + 6 + 11 + 8 + 2 = 30$.

$$\text{On a : } \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = \frac{3 \times 0 + 6 \times 1 + 11 \times 2 + 8 \times 3 + 2 \times 4}{30} = \frac{60}{30} = 2.$$

En moyenne, Louis passe 2 heures par jour sur Internet.

Soit V la variance de la série.

$$\text{On a : } V = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{3 \times 0^2 + 6 \times 1^2 + 11 \times 2^2 + 8 \times 3^2 + 2 \times 4^2}{30} - 2^2 = \frac{154}{30} - 4 \approx 1,133.$$

$$\text{On a : } \sigma = \sqrt{V} \approx \sqrt{1,133} \approx 1,065.$$

EXERCICE 2

1. Puisque $\bar{x}_B > \bar{x}_A$, alors le groupe B a obtenu les meilleurs résultats.
2. Puisque $\sigma_B > \sigma_A$, alors le groupe B a obtenu les résultats les plus dispersés.

EXERCICE 3

1. Application 1 :

Soit n_1 l'effectif total des votants. On a : $n_1 = 0 + 3 + 7 + 109 + 428 + 419 = 966$.

Soit $\bar{x}_1$ la moyenne des votes.

$$\text{On a : } \bar{x}_1 = \frac{0 \times 0 + 3 \times 1 + 7 \times 2 + 109 \times 3 + 428 \times 4 + 419 \times 5}{966} = \frac{4\,151}{966} \approx 4,30.$$

Soit V_1 la variance des votes.

$$\text{On a : } V_1 = \frac{0 \times 0^2 + 3 \times 1^2 + 7 \times 2^2 + 109 \times 3^2 + 428 \times 4^2 + 419 \times 5^2}{966} - \left(\frac{4\,151}{966} \right)^2 \approx 0,515.$$

Soit σ_1 l'écart-type des votes. On a : $\sigma_1 = \sqrt{V_1} \approx \sqrt{0,515} \approx 0,72$.

Application 2 :

Soit n_2 l'effectif total des votants. On a : $n_2 = 58 + 53 + 0 + 44 + 399 + 474 = 1\,028$.

Soit $\bar{x}_2$ la moyenne des votes.

$$\text{On a : } \bar{x}_2 = \frac{58 \times 0 + 53 \times 1 + 0 \times 2 + 44 \times 3 + 399 \times 4 + 474 \times 5}{1\,028} = \frac{4\,151}{1\,028} \approx 4,04.$$

Soit V_2 la variance des votes.

$$\text{On a : } V_2 = \frac{58 \times 0^2 + 53 \times 1^2 + 0 \times 2^2 + 44 \times 3^2 + 399 \times 4^2 + 474 \times 5^2}{1\,028} - \left(\frac{4\,151}{1\,028} \right)^2 \approx 1,869.$$

Soit σ_2 l'écart-type des votes. On a : $\sigma_2 = \sqrt{V_2} \approx \sqrt{1,869} \approx 1,37$.

2. On peut conseiller l'application 1.

Elle est mieux notée car $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$ et également plus sûre car $\sigma_1 < \sigma_2$.

EXERCICE 4

1. Si tous les salaires sont multipliés par 1,1 puis augmentés de 100 euros, alors le salaire moyen également.

On a : $1,1 \times 1\,700 + 100 = 1\,970$.

Le salaire moyen sera égal à 1 970 euros l'an prochain.

2. L'écart-type sera multiplié par 1,1. Par contre, il n'y a aucune incidence supplémentaire liée à l'augmentation de 100 euros.

EXERCICE 5

Les médianes des deux groupes sont identiques.

Dans le premier groupe, où l'écart inter-quartile est supérieur à celui du deuxième groupe, la dispersion autour de la médiane est donc plus importante.

Cela s'explique par le fait que lorsqu'on pratique le handball, on est plus grand que la moyenne, et que lorsqu'on pratique le basket, on est encore plus grand que la moyenne.

EXERCICE 6

1. Tableau des effectifs :

Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectif	1	3	6	6	6	3	3	1	0	1
ECC	1	4	10	16	22	25	28	29	29	30

2. L'effectif total est dans la dernière colonne du tableau. Il est égal à 30.

Puisque 30 est pair, alors la médiane Me de la série est égale à la demi-somme des valeurs de rangs 15 et 16.

$$\text{On a : } Me = \frac{a_{15} + a_{16}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3.$$

Le nombre médian de téléphones Me est égale à 3.

$$\text{On a : } 25\% \text{ de } 30 = \frac{1}{4} \times 30 = 7,5.$$

Donc le premier quartile Q_1 est la valeur de rang 8.

$$\text{On a : } Q_1 = a_8 = 2.$$

$$\text{On a : } 75\% \text{ de } 30 = \frac{3}{4} \times 30 = 22,5.$$

Donc le premier quartile Q_3 est la valeur de rang 23.

$$\text{On a : } Q_3 = a_{23} = 5.$$

3. Au moins trois quarts des étudiants de la classe ont eu jusqu'à 5 téléphones.
4. L'écart inter-quartile est égal à $Q_3 - Q_1 = 5 - 2 = 3$.

EXERCICE 7

1. Tableau :

Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	1	0	3	4	2	6	7	7	2	2	0
ECC	1	1	4	8	10	16	23	30	32	34	34

2. L'effectif total est dans la dernière colonne du tableau. Il est égal à 34.
3. Puisque 34 est pair, alors la médiane Me de la série est égale à la demi-somme des valeurs de rangs 17 et 18.

$$\text{On a : Me} = \frac{a_{17} + a_{18}}{2} = \frac{6 + 6}{2} = 6.$$

La note médiane Me est égale à 6.

Au moins 50 % des étudiants ont eu une note inférieure ou égale à 6 et au moins 50 % des étudiants ont eu une note supérieure ou égale à 6.

4. On a : 25 % de 34 = $\frac{1}{4} \times 34 = 8,5$.

Donc le premier quartile Q_1 est la valeur de rang 9.

$$\text{On a : } Q_1 = a_9 = 4.$$

Au moins 25 % des étudiants ont eu une note inférieure ou égale à 4.

5. On a : 75 % de 34 = $\frac{3}{4} \times 34 = 25,5$.

Donc le premier quartile Q_3 est la valeur de rang 26.

$$\text{On a : } Q_3 = a_{26} = 7.$$

6. L'intervalle inter-quartile est l'intervalle [4 ; 7].

Environ 50 % des étudiants ont eu une note comprise entre 4 et 7.

EXERCICE 8

EXERCICE 9

1. **a.** Au moins 50 % des « ménagères de moins de 50 ans » passent au moins 3,225 heures par jour à écouter la télévision.
Au moins 25 % des « ménagères de moins de 50 ans » passent au moins 3,124 heures par jour à écouter la télévision.
- b.** La moyenne est supérieure à la médiane. Certaines « ménagères de moins de 50 ans » ont un temps d'écoute élevé. Cela n'influence que la moyenne.
2. Les « 15-34 ans » écoutent moins la télévision (la médiane et la moyenne sont moins élevées).

De même, le temps d'écoute est homogène pour les « 15-34 ans » (l'écart-type et l'écart inter-quartile sont moins élevés).