

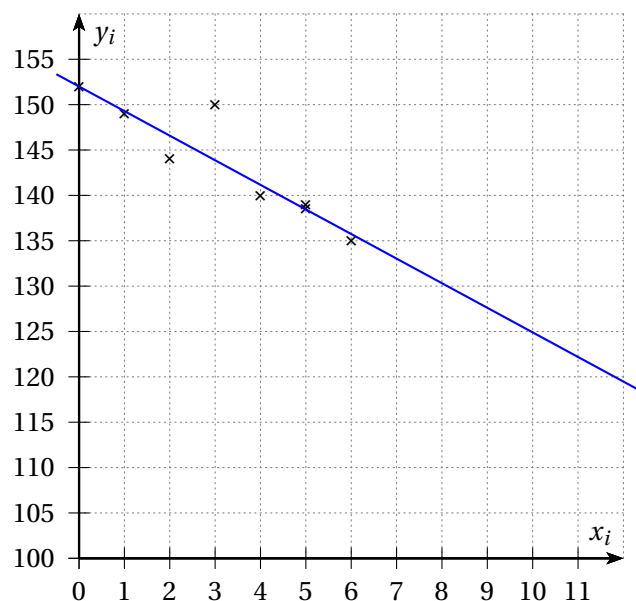
STATISTIQUES À DEUX VARIABLES

EXERCICE 1

Le tableau ci-dessous donne le nombre de voitures neuves (en milliers) vendues en France durant les six premiers mois de l'année 2013.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Rang du mois x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de ventes y_i	149	144	150	140	139	135

1. Nuage de points de la série $(x_i ; y_i)$:



2. A l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (d) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est : $y = -2,71x + 152,33$.
3. a. Lorsque $x = 0$, on a : $y = -2,7 \times 0 + 152 = 152$.
Lorsque $x = 5$, on a : $y = -2,7 \times 5 + 152 = 138,5$.
La droite (d) passe par les points de coordonnées $(0 ; 152)$ et $(5 ; 138,5)$.
- b. En décembre 2013, $x = 12$ et : $y = -2,7 \times 12 + 152 = 119,6$.
Selon ce modèle, on peut prévoir 119 600 voitures neuves vendues pour le mois de décembre 2013.
- c. On a : $y = 130 \Leftrightarrow -2,7x + 152 = 130 \Leftrightarrow -2,7x = -22 \Leftrightarrow x = \frac{-22}{-2,7}$ et $\frac{22}{2,7} \simeq 8,15$.
Selon ce modèle, le nombre de voitures neuves en France serait strictement inférieur à 130 000 véhicules au bout de 9 mois, c'est à dire en septembre 2013.

EXERCICE 2

Pour un échantillon de 15 millions de foyers français, on dispose des informations suivantes, concernant leur équipement informatique (en millions).

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de foyers équipés y_i	0,5	1,0	1,2	2,2	3,0	3,8

1. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage précédent.
3. Donner l'équation réduite de la droite d'ajustement affine par la méthode des moindres carrés.
4. En utilisant la droite précédente, estimer par le calcul à partir de quelle année 40 % des foyers seront équipés d'un ordinateur.

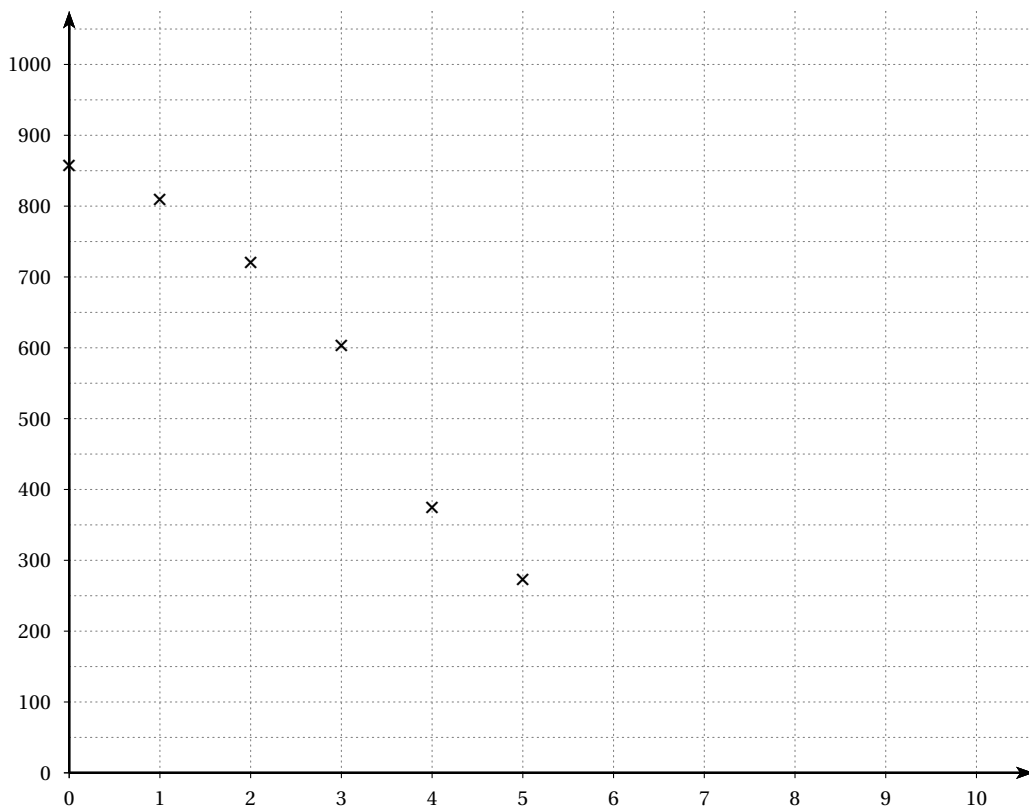
EXERCICE 3

Le maire d'une ville a mis en place une politique pour réduire les incivilités sur les voies publiques de sa commune.

Un bilan a été établi pour comptabiliser le nombre d'incivilités durant les 6 dernières années et ces données sont résumées dans le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre d'incivilités y_i	857	810	720	604	375	273

Les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ sont représentés sur le graphique :



1. Le maire annonce à ses concitoyens que sa politique de lutte contre les incivilités a permis de réduire leur nombre de plus de 60 % entre 2011 et 2015.

A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

2. A l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite qui réalise un ajustement affine du nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ par la méthode des moindres carrés.

On arrondira les coefficients à 0,01 près.

Pour la suite, on prendra comme ajustement affine la droite (d) d'équation $y = -124x + 917$.

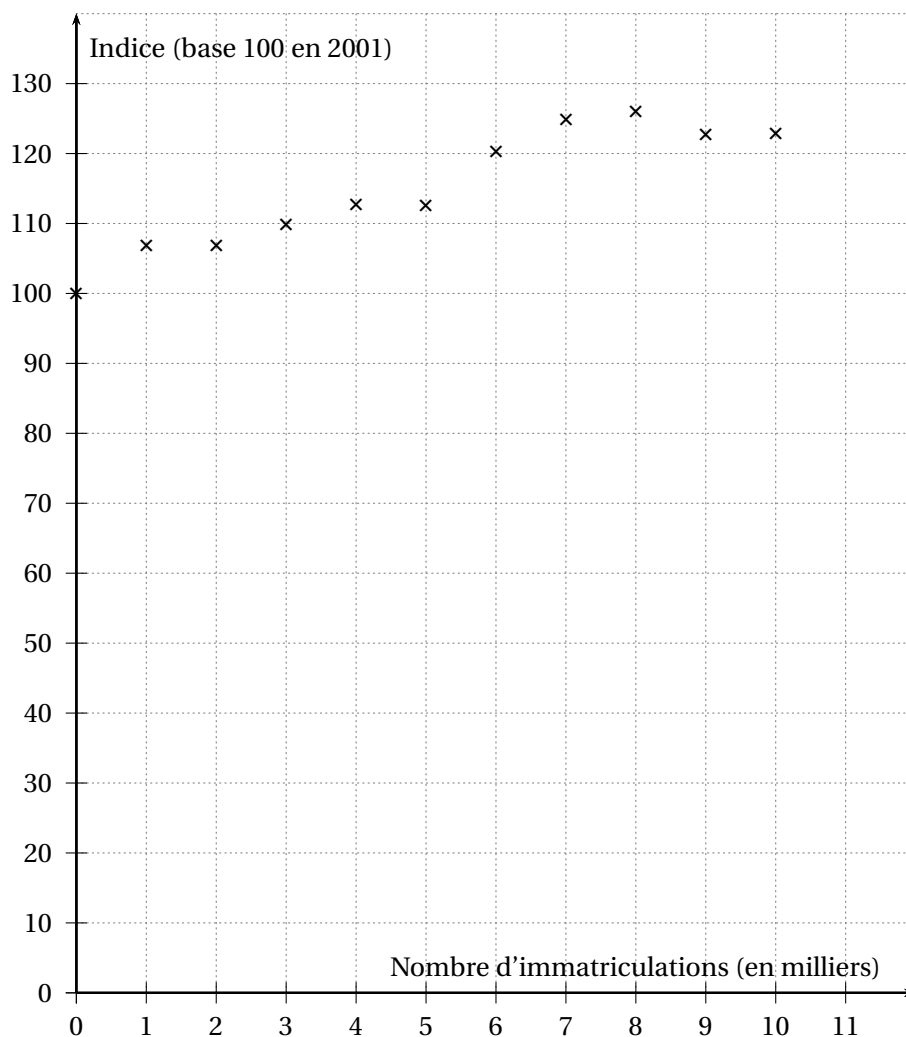
3. Tracer la droite (d) sur la figure.
4. Combien d'incivilités ce modèle d'ajustement prévoit-il pour l'année 2018 ?

EXERCICE 4

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice du nombre annuel d'immatriculations de voitures neuves équipées d'un moteur diesel de 2001 à 2011, base 100 en 2001.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Indice y_i	100	106,8	106,8	109,9	112,7	112,6	120,3	124,9	126,0	122,7	122,9

Le nuage des points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 0 à 10 est donné sur le graphique :



- Donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
- On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite (d) d'équation $y = 2,5x + 102,6$.
Tracer cette droite sur le graphique précédent.
- Estimer les indices du nombre de voitures neuves équipées d'un moteur diesel immatriculées en 2013.

EXERCICE 5

Dans tout cet exercice, les résultats concernant la population seront arrondis au million.

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de l'Inde de 1951 à 1991.

Année	1951	1961	1971	1981	1991
Rang x_i	1	2	3	4	5
Population y_i (en millions)	361	439	548	683	846

On cherche à étudier l'évolution de la population y en fonction du rang x de l'année.

1. Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i ; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unités graphiques 2 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions sur l'axe des ordonnées.
2. Le modèle étudié dans cette question sera appelée « droite de Mayer ».
 - a. Le point G_1 désigne le point moyen des trois premiers points du nuage et le point G_2 celui des deux derniers points.
Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2 .
 - b. Déterminer l'équation réduite de la droite $(G_1 G_2)$ sous la forme $y = ax + b$.
 - c. Tracer la droite $(G_1 G_2)$ sur le graphique précédent.
 - d. En utilisant cet ajustement, calculer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001.
3.
 - a. A l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
 - b. Tracer cette droite (d) sur le graphique précédent.
 - c. En utilisant cet ajustement, calculer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001.
4. On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant : $z = \ln(y)$.
 - a. Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne.

Année	1951	1961	1971	1981	1991
$z_i = \ln(y_i)$					

- b. A l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millièmes).
 - c. En déduire qu'une approximation de la population y , exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année est donnée par : $y \approx 289 e^{0,215x}$.
 - d. Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x) = 289 e^{0,215x}$ sur le graphique précédent.
 - e. En utilisant cet ajustement, calculer la population que l'on pouvait prévoir pour 2001.
5. Les résultats obtenus en 2001 ont révélé que la population comptait 1 027 millions d'habitants.

Déterminer une estimation de la population en 2011 en choisissant le modèle qui semble le plus approprié. Justifier ce choix.