

D.A.E.U. A

DIPLÔME D'ACCÈS AUX ÉTUDES UNIVERSITAIRES

OPTION LETTRES

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2022-2023

PARTIEL N°2

Matière : **MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES AUX SCIENCES SOCIALES**
Enseignant : **EMMANUEL DUPUY**
Durée de l'épreuve : **3 HEURES**
Date : **MERCREDI 3 MAI 2023**

Le sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6.

Le candidat doit traiter les cinq EXERCICES, pas nécessairement dans l'ordre.

EXERCICE 1 : 6 points

EXERCICE 2 : 8 points

EXERCICE 3 : 8 points

EXERCICE 4 : 8 points

EXERCICE 5 : 6 points

Les ANNEXES, page 6/6, sont relatives aux EXERCICES 4 et 5, et doivent être rendues avec la copie.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chacune des six questions, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. Un groupe d'étudiants inscrits à l'option mathématiques appliquées aux sciences sociales est composé de 12 filles et 8 garçons.

La proportion de garçons dans le groupe est égale à :

- a. 40 %
- b. 60 %
- c. 66,6 % environ

2. En 2018, les internautes représentent 60 % de la population mondiale et 80 % des internautes sont actifs sur les réseaux sociaux.

La proportion de la population mondiale qui utilise les réseaux sociaux est égale à :

- a. 14 %
- b. 48 %
- c. 70 %

3. Entre 2004 et 2014, le SMIC mensuel brut est passé de 1 154 € à 1 445 €.

Le taux d'évolution du SMIC, arrondi à 0,1 %, entre 2004 et 2014 :

- a. 18,8 %
- b. 20,1 %
- c. 25,2 %

4. Un pantalon est soldé à 30 %. Il est alors facturé 49,00 € à la caisse.

Son prix avant les soldes est égal à :

- a. 63,70 €
- b. 70,00 €
- c. 79,00 €

5. Le prix d'un objet augmente de 10 % une année puis augmente de 15 % l'année suivante.

Au bout de deux ans, par rapport au prix initial, le prix a augmenté de :

- a. 26,5 %
- b. 25 %
- c. 22,5 %

6. Le prix d'un article vendu dans un magasin a augmenté de 30 % durant les trois derniers mois.

Le taux d'évolution mensuel moyen est, à 0,01 % près, égal à :

- a. 9,14 %
- b. 10 %
- c. 11,21 %

EXERCICE 2

Voici une série de diamètres, en centimètres, de quelques pamplemousses.

10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 12 ; 12 ; 12 ; 13
13 ; 13 ; 13 ; 13 ; 14 ; 14 ; 14 ; 15 ; 15

1. Calculer le diamètre moyen d'un pamplemousse de la série.
2. Calculer la variance et l'écart-type de la série.
3. Calculer le diamètre médian d'un pamplemousse de la série.
4. Calculer le pourcentage de pamplemousses de la série dont le diamètre est inférieur ou égale à 13 centimètres.
5. Déterminer le premier quartile de la série. Interpréter le résultat.
6. Déterminer le troisième quartile de la série. Interpréter le résultat.

EXERCICE 3

Julien vient de créer une application informatique destinée aux particuliers et permettant l'organisation d'évènements. Le 1^{er} avril 2018, il envoie une offre de téléchargement de son application à toutes les personnes de son carnet d'adresses.

Chaque semaine, il a relevé le nombre de personnes ayant téléchargé son application. Ses observations sur les onze premières semaines sont répertoriées dans le tableau ci-dessous. Le rang 0 correspond à la semaine du 1^{er} au 7 avril 2018.

Rang de la semaine	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Téléchargements	150	180	210	260	296	370	457	572	698	883	1 095

Les deux parties qui suivent sont indépendantes.

PARTIE A. PREMIÈRE ÉTUDE

1. Justifier que le taux d'évolution global du nombre de téléchargements entre la semaine de rang 4 et la semaine de rang 10 est de 270 %.
2. En déduire le taux d'évolution hebdomadaire moyen du nombre de téléchargements entre la semaine de rang 4 et la semaine de rang 10.

PARTIE B. SECONDE ÉTUDE

On fait l'hypothèse qu'à partir de la semaine de rang 10, le taux d'évolution hebdomadaire du nombre de téléchargements est constant et égal à 24 %.

Le nombre de téléchargements hebdomadaires au cours de la semaine de rang $(10+n)$ est alors modélisé par le terme u_n d'une suite de premier terme $u_0 = 1\,095$.

1. Justifier que la suite (u_n) est géométrique et préciser sa raison.
2. Exprimer u_n en fonction de l'entier naturel n .
3. Selon ce modèle, combien de téléchargements Julien peut-il espérer lors de la semaine de rang 20?
4. Un sponsor a contacté Julien, lui proposant une participation financière pour promouvoir son projet à plus grande échelle, dès lors que le nombre de téléchargements hebdomadaires dépassera 20 000.

Quel est le rang de la semaine à partir de laquelle Julien sera sponsorisé?

EXERCICE 4

Une entreprise fabrique des petites figurines pour enfant.

Pour s'assurer de la qualité de ses produits, l'entreprise ne réalise pas plus de 18 milliers de figurines par mois et on suppose que chaque figurine produite est vendue.

On note x le nombre de milliers de figurines vendues par mois, avec $x \in [0 ; 18]$.

PARTIE A. LECTURE GRAPHIQUE

On a représenté sur le graphique en ANNEXE, à rendre avec la copie, le chiffre d'affaires mensuel et le coût de production mensuel en fonction du nombre de milliers de figurines produites.

- La courbe \mathcal{C} représente le coût de production.
- La courbe \mathcal{R} représente le chiffre d'affaires mensuels.

À l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant du chiffre d'affaires mensuel obtenu pour 10 milliers de figurines vendues?
2. Donner sous forme d'intervalle le nombre de milliers de figurines vendues pour lequel l'entreprise réalise des profits.

On laissera apparents les traits nécessaires à cette lecture graphique.

PARTIE B. ÉTUDE DU BÉNÉFICE MENSUEL

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$, on note $B(x)$ le bénéfice mensuel de l'entreprise en euros.

On a :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880$$

1. On admet que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$:

$$B(x) = -230(x^2 - 18x + 56)$$

- a. Résoudre l'équation suivante par le calcul :

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

- b. En déduire les points morts de production, c'est-à-dire les nombres de figurines produites pour lesquels le bénéfice est nul.
2. On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880$$

- a. Calculer $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$.
- b. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 18]$.
- c. Combien l'entreprise doit-elle vendre de figurines pour que le bénéfice soit maximal? Quel est le montant de ce bénéfice maximal?

EXERCICE 5

L'entreprise *Gadgets En Stock* vend des *hand spinners*. Elle les achète auprès de trois fournisseurs étrangers *Advanceplay*, *Betterspin* et *Coolgame*.

- *Advanceplay* et *Betterspin* fournissent chacun 30 % des *hand spinners* de *Gadgets En Stock*.
- *Coolgame* fournit les 40 % restant.

Les données de ces trois entreprises indiquent que :

- 1 % des *hand spinners* provenant du fournisseur *Advanceplay* sont défectueux;
- 4 % des *hand spinners* provenant du fournisseur *Betterspin* sont défectueux;
- 2 % des *hand spinners* provenant du fournisseur *Coolgame* sont défectueux.

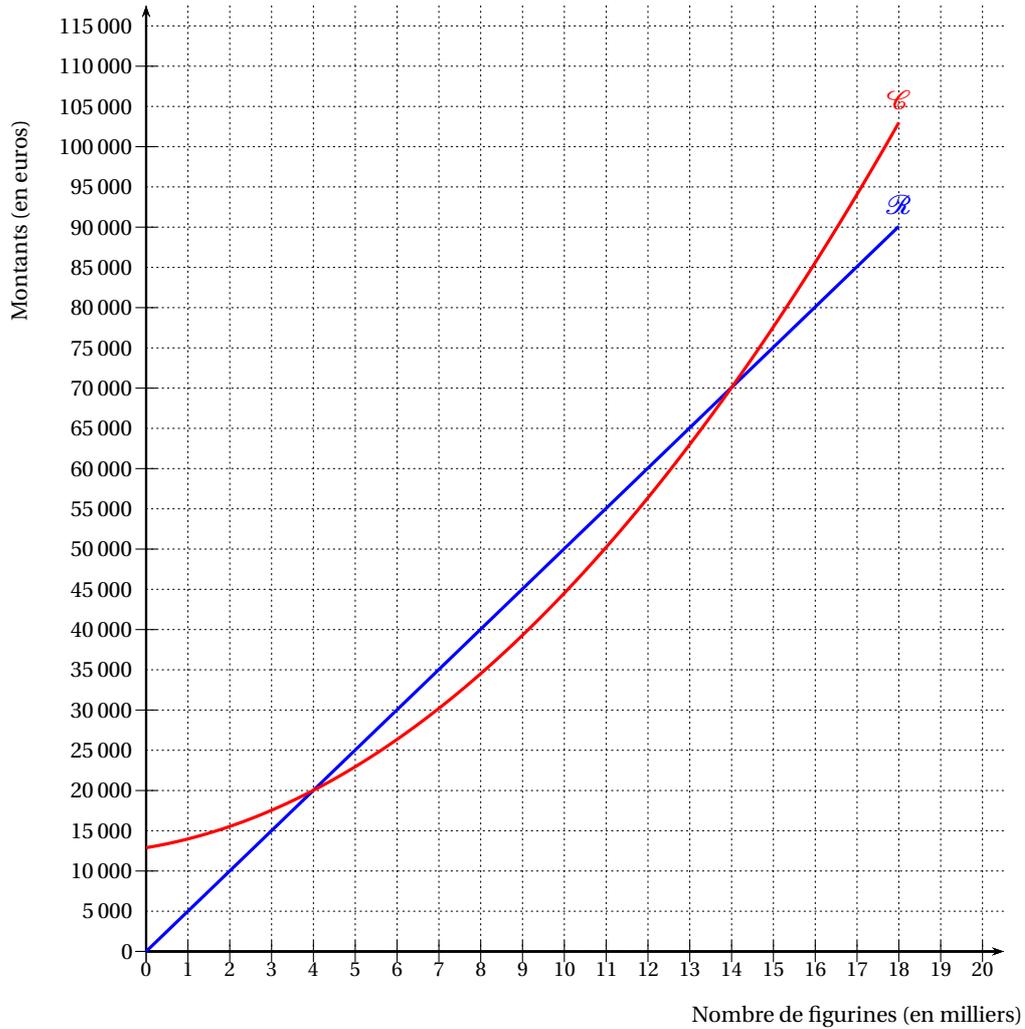
On choisit de façon équiprobable un *hand spinners* dans le stock de l'entreprise *Gadgets En Stock* et on définit les événements suivants :

- A l'événement : « Le *hand spinners* provient du fournisseur *Advanceplay* »;
- B l'événement : « Le *hand spinners* provient du fournisseur *Betterspin* »;
- C l'événement : « Le *hand spinners* provient du fournisseur *Coolgame* »;
- D l'événement : « Le *hand spinners* est défectueux ».

1. Compléter l'arbre pondéré donné en ANNEXE, à rendre avec la copie.
2. Calculer la probabilité que le *hand spinner* choisi provienne du fournisseur *Betterspin* et soit défectueux.
3. Montrer que la probabilité que le *hand spinner* choisi soit défectueux est égale à 0,023.
4. On achète un *hand spinner* chez *Gadgets En Stock*. On constate que celui-ci est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il provienne du fournisseur *Coolgame*?

ANNEXES

ANNEXE relative à l'EXERCICE 4



ANNEXE relative à l'EXERCICE 5

