

D.A.E.U. A

DIPLÔME D'ACCÈS AUX ÉTUDES UNIVERSITAIRES OPTION LETTRES

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2022-2023

EXAMEN TERMINAL

Matière	:	MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES AUX SCIENCES SOCIALES
Enseignant	:	EMMANUEL DUPUY
Durée de l'épreuve	:	3 HEURES
Date	:	07/06/2023

Le sujet comporte sept pages numérotées de 1/7 à 7/7.

Le candidat doit traiter les cinq EXERCICES, pas nécessairement dans l'ordre.

EXERCICE 1 : 3 points

EXERCICE 2 : 4 points

EXERCICE 3 : 4 points

EXERCICE 4 : 4 points

EXERCICE 5 : 5 points

Les ANNEXES, pages 6/7 et 7/7, sont relatives aux EXERCICES 2, 4 et 5, et doivent être rendues avec la copie.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chacune des six questions, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. Le prix d'un cahier de vacances a augmenté de 10 % puis a baissé de 10 %.
Le prix du cahier de vacances :
 - a. est revenu à son prix initial
 - b. a augmenté
 - c. a diminué
2. Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 4,8 % est égal à :
 - a. 4,8
 - b. 1,048
 - c. 0,048
3. Après deux augmentations successives de 12 % puis de 5 %, le prix d'un article ménager est égal à 529,2 euros.
Le prix initial de l'article était égal à :
 - a. 450 euros
 - b. 442,2 euros
 - c. 439,07 euros
4. Un loyer de 450 euros augmente de 2 % par an.
Le loyer au bout de 2 ans est égal à :
 - a. 468 euros
 - b. 468,18 euros
 - c. 454 euros
5. Une machine à laver est soldée à 20 %. Elle coûte alors 1 200 €.
Son prix avant les soldes est égal à :
 - a. 1 440 €
 - b. 1 500 €
 - c. 1 600 €
6. Le cours d'une action augmente de 10 % entre l'ouverture de la bourse et sa fermeture.
En choisissant la fermeture de la bourse pour base 100, l'indice du cours de l'action à l'ouverture de la bourse est égal à :
 - a. 90 %
 - b. 91 % environ
 - c. 110 %

EXERCICE 2

George est salarié de la même entreprise depuis maintenant quinze ans. Il regarde l'évolution de son salaire qui dépend à la fois de la variation des cotisations, des changements d'échelons et des augmentations occasionnelles.

Il observe les résultats suivants sur les huit dernières années. Les salaires sont en euros.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Salaire mensuel moyen y_i	1 650	1 710	1 730	1 800	1 820	1 840	1 940	2 000

1. Tracer le nuage de points associé à la série $(x_i ; y_i)$ dans le repère fourni en ANNEXE, à rendre avec la copie.
2. Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère.
3. La droite (Δ) d'équation $y = 47x + 1\,600$ est la droite d'ajustement de y en x du nuage de points par la méthode des moindres carrés.

On considère que cette droite permet un ajustement de la série valable jusqu'en 2030.

- a. Tracer la droite (Δ) dans le repère.
- b. Estimer le salaire moyen mensuel de George en 2025 en justifiant la réponse. *Arrondir à la dizaine d'euros.*
- c. Son salaire atteindra-t-il 2 400 € avant 2030? Justifier la réponse.

EXERCICE 3

La tableau suivant donne l'évolution du nombre d'habitants d'un village entre les années 2015 et 2020. Les relevés de population sont effectués chaque année au 1^{er} janvier.

Année	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Nombre d'habitants	873	1 025	1 010	1 121	1 289	1 456

Les deux parties qui suivent sont indépendantes.

PARTIE A. PREMIÈRE ÉTUDE

1. Calculer le taux d'évolution global de cette population entre les années 2015 et 2020, exprimé en pourcentage. *Arrondir à 0,1 %.*
2. Calculer le taux d'évolution annuel moyen de cette population entre les années 2015 et 2020, exprimé en pourcentage. *Arrondir à 0,1 %.*
3. En supposant que la population augmentera après 2020 de 10,8 % par an, calculer combien ce village comptera d'habitants au 1^{er} janvier 2022.

PARTIE B. SECONDE ÉTUDE

Dans cette partie, on suppose que la population du village après 2020 augmentera régulièrement de 6 % par an.

Soit (u_n) la suite dont le terme général u_n représente le nombre d'habitants de ce village, arrondi à l'unité près, l'année 2020 + n . Ainsi, on a : $u_0 = 1\,456$.

1. Expliquer pourquoi la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.
2. Exprimer u_n en fonction de l'entier n .
3. Calculer u_4 . Donner un arrondi à l'unité près. Que représente ce nombre?
4. Calculer le nombre estimé d'habitants dans ce village en 2026.
5. Selon ce modèle, en quelle année ce village comptera-t-il au moins 3 000 habitants?

EXERCICE 4

Une entreprise artisanale fabrique des tablettes de chocolat pâtissier pesant en moyenne 200 grammes.

Pour être commercialisable, une tablette doit peser entre 198 et 202 grammes.

Un contrôle de masse est effectué sur les tablettes fabriquées. Celles qui ne sont pas commercialisables sont alors refondues.

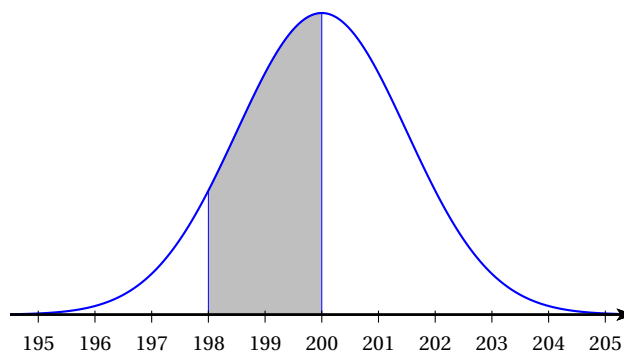
Les PARTIES A et B sont indépendantes.

PARTIE A.

On modélise la masse d'une tablette, exprimée en gramme, par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 200$.

La courbe de densité de cette loi normale est représentée ci-dessous et on sait que :

$$p(198 \leq X \leq 200) = 0,34$$



Calculer la probabilité qu'une tablette soit commercialisable.

PARTIE B.

Afin d'améliorer la proportion de tablettes de chocolat commercialisables, le fabricant met en place une nouvelle chaîne de production.

L'ancienne chaîne ne prend désormais en charge que 40 % de la production totale.

A l'issue de la fabrication, un nouveau contrôle de masse est effectué.

- Parmi les tablettes produites par l'ancienne chaîne, 68 % sont commercialisables.
- Parmi les tablettes produites par la nouvelle chaîne, 90 % sont commercialisables.

On choisit, de façon équiprobable, une tablette dans l'ensemble de la production et on note :

- A l'événement : « La tablette choisie est produite par l'ancienne chaîne ».
- N l'événement : « La tablette choisie est produite par la nouvelle chaîne ».
- C l'événement : « La tablette choisie est commercialisable ».

1. Compléter l'arbre pondéré donné en ANNEXE, à rendre avec la copie.
2. Calculer la probabilité que la tablette choisie provienne de l'ancienne chaîne et soit commercialisable.
3. Montrer que la probabilité que la tablette soit commercialisable est égale à 0,812.
4. Peut-on affirmer que environ deux-tiers des tablettes commercialisables proviennent de la nouvelle chaîne de production ?

Expliciter la démarche utilisée.

EXERCICE 5

Une entreprise produit et vend du safran, une épice de grande qualité.

On note x le nombre de kilogrammes que produit et vend l'entreprise en un an, x étant compris entre 0 et 10.

Le montant des charges correspondant à la production de x kilogrammes de safran, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$C(x) = 2x^3 - 23x^2 + 90x + 10$$

L'entreprise vend la totalité de sa production. Chaque kilogramme de safran est vendu au prix de 50 milliers d'euros.

On a tracé en ANNEXE, à rendre avec la copie, la représentation graphique de la fonction C dans un repère orthogonal.

On rappelle que le bénéfice réalisé par l'entreprise est égal à la différence entre le montant des recettes et le montant des charges.

Les PARTIES A et B sont indépendantes.

PARTIE A. ÉTUDE GRAPHIQUE

Dans cette partie, on utilisera essentiellement la lecture graphique et on laissera apparents les traits nécessaires à cette lecture graphique.

1.
 - a. Déterminer, par lecture graphique, le montant des charges lorsque l'entreprise produit 5 kilogrammes de safran.
 - b. Déterminer, par lecture graphique, le nombre de kilogrammes de safran à produire pour que le montant des charges soit égal à 200 000 euros.
2. On rappelle que l'entreprise vend son safran 50 milliers d'euros le kilogramme.
 - a. Déterminer la recette $R(x)$, en euros, réalisée par la vente de x kilogrammes de safran.
 - b. Tracer la droite des recettes dans le repère fourni en ANNEXE.
 - c. Indiquer, par lecture graphique, la quantité de safran que doit vendre l'entreprise pour réaliser un bénéfice.

PARTIE B. ÉTUDE ALGÈBRE

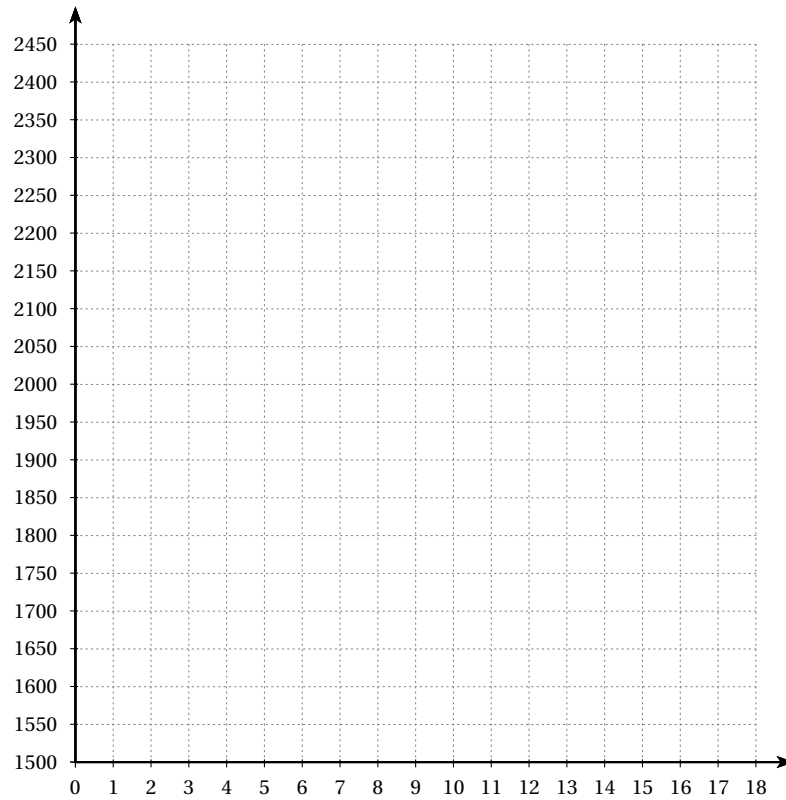
1. Montrer que le bénéfice, en euros, réalisé par la vente de x kilogrammes de safran, est donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 10]$ par :

$$B(x) = -2x^3 + 23x^2 - 40x - 10$$

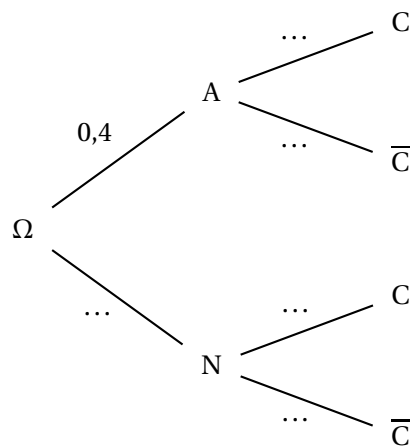
2. On note B' la fonction dérivée de la fonction B .
 - a. Calculer $B'(x)$.
 - b. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 10]$ l'équation $B'(x) = 0$.
 - c. Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 10]$.
 - d. Quelle quantité de safran l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser le bénéfice maximal?
Quel est ce bénéfice maximal, arrondi au millier d'euros?

ANNEXES

ANNEXE relative à l'EXERCICE 2



ANNEXE relative à l'EXERCICE 4



ANNEXES

ANNEXE relative à l'EXERCICE 5

