

D.A.E.U. A

DIPLÔME D'ACCÈS AUX ÉTUDES UNIVERSITAIRES

OPTION LETTRES

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2021-2022

EXAMEN TERMINAL

Matière : **MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES AUX SCIENCES SOCIALES**
Enseignant : **EMMANUEL DUPUY**
Durée de l'épreuve : **3 HEURES**
Date : **MERCREDI 8 JUIN 2022**

Le sujet comporte huit pages numérotées de 1/8 à 8/8.

Le candidat doit traiter les cinq EXERCICES, pas nécessairement dans l'ordre.

EXERCICE 1 : 3 points

EXERCICE 2 : 3 points

EXERCICE 3 : 5 points

EXERCICE 4 : 5 points

EXERCICE 5 : 4 points

Les ANNEXES, pages 7/8 et 8/8, sont relatives aux EXERCICES 3, 4 et 5, et doivent être rendues avec la copie.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chacune des six questions, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1. Un groupe d'étudiants inscrits à l'option mathématiques appliquées aux sciences sociales est composé de 12 filles et 8 garçons.

La proportion de garçons dans le groupe est égale à :

- a. 40 %;
- b. 60 %;
- c. 66,6 % environ.

2. On considère l'équation (E) : $2x + 4 = 18$.

La solution de l'équation (E) est le nombre :

- a. 3;
- b. 7;
- c. 11.

3. En 2018, les internautes représentent 60 % de la population mondiale et 80 % des internautes sont actifs sur les réseaux sociaux.

La proportion de la population mondiale qui utilise les réseaux sociaux est égale à :

- a. 14 %;
- b. 48 %;
- c. 70 %.

4. Un prix augmente de 13,2 % puis diminue de 10,9 %.

Le pourcentage global d'augmentation, arrondi à 0,01 %, est environ égal à :

- a. 0,86 %;
- b. 1,01 %;
- c. 1,44 %.

5. Un pantalon est soldé à 30 %. Il est alors facturé 49,00 € à la caisse.

Son prix avant les soldes est égal à :

- a. 63,70 €;
- b. 70,00 €;
- c. 79,00 €.

6. On considère l'équation (F) : $2x^2 + 4x - 2 = 0$.

L'équation (F) :

- a. ne possède pas de solution;
- b. possède une solution;
- c. possède deux solutions.

EXERCICE 2

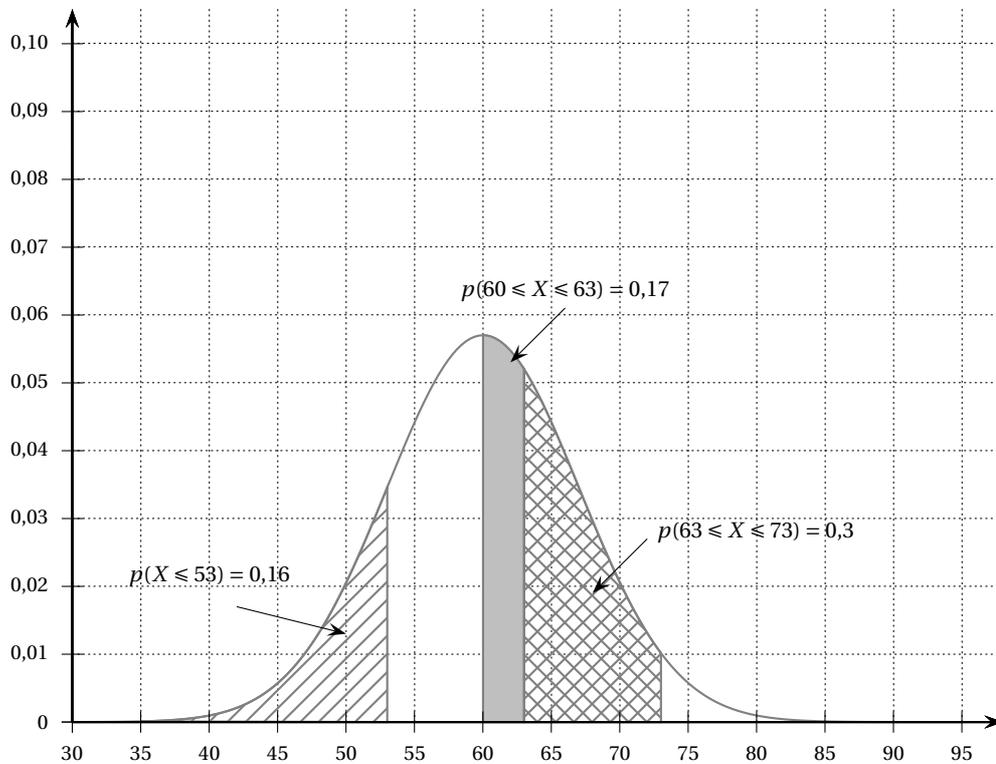
Les œufs de poule sont classés en quatre catégories :

- « petit » si la masse est inférieure à 53 grammes ;
- « moyen » si la masse est comprise entre 53 et 63 grammes ;
- « gros » si la masse est comprise entre 63 et 73 grammes ;
- « très gros » si la masse est supérieure à 73 grammes.

On admet que la masse d'un œuf de poule peut-être modélisée par une variable aléatoire X suivant une loi normale d'espérance 60.

On donne ci-dessous la courbe de densité associée à cette loi, sur laquelle on a indiqué les probabilités :

- $p(X \leq 53) = 0,16$;
- $p(60 \leq X \leq 63) = 0,17$;
- $p(63 \leq X \leq 73) = 0,3$.



1. Calculer la probabilité qu'un œuf ne soit pas classé dans la catégorie « petit ».
2. Justifier que la probabilité $p(53 \leq X \leq 60)$ est égale à 0,34.
3. En déduire la probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « moyen ».
4. Calculer la probabilité qu'un œuf soit classé dans la catégorie « très gros ».

EXERCICE 3

Le produit intérieur brut par habitant (PIB) est une mesure de l'activité économique d'un pays.

PARTIE A. PIB PAR HABITANT DE LA ZONE EURO

Le tableau ci-dessous donne le PIB par habitant de la zone euro, exprimé en standard de pouvoir d'achat (SPA), pour les années 2012 à 2018. Le SPA est une unité monétaire artificielle qui permet de gommer les différences de prix entre les États membres.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6
PIB par habitant de la zone euro : y_i	28 600	28 700	29 500	30 900	31 200	31 900	32 800

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ est donnée en ANNEXE, à rendre avec la copie.

On décide d'ajuster le nuage de points par la droite D d'équation $y = 740x + 28\,300$.

1. Donner les coordonnées de deux points de la droite D , puis tracer cette droite sur le graphique.
2. D'après ce modèle, que l'on admet valide jusqu'en 2021, quel PIB par habitant de la zone euro peut-on prévoir pour 2020?

PARTIE B. PIB PAR HABITANT DES ÉTATS-UNIS

Le tableau ci-dessous donne le PIB par habitant des États-Unis, exprimé en standard de pouvoir PIB par habitant des États-Unis (en SPA), pour les années 2012 à 2018.

Année	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
PIB par habitant des États-Unis	38 900	38 900	40 500	42 600	42 000	42 200	44 300

1. Calculer, à l'aide du tableau, le taux d'évolution global du PIB par habitant des États-Unis entre 2012 et 2018. Le résultat sera exprimé en pourcentage, arrondi au centième.
2. Calculer le taux d'évolution moyen annuel du PIB par habitant des États-Unis entre 2012 et 2018, exprimé en pourcentage arrondi au centième.
3. On fait l'hypothèse que le taux d'évolution moyen annuel du PIB par habitant des États-Unis est constant et égal à 2,2 %, entre 2018 et 2035.

On modélise alors l'évolution de ce PIB par une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 44\,300$.

Le terme u_n représente ce PIB, exprimé en SPA, pour l'année $(2018 + n)$, où n est un entier naturel.

- a. Préciser la valeur de la raison de cette suite géométrique.
- b. Exprimer u_n en fonction de l'entier naturel n .
- c. D'après ce modèle, estimer le PIB par habitant des États-Unis en 2032.

PARTIE C. COMPARAISON DES PIB PAR HABITANT DES DEUX ZONES

Vérifier qu'en 2018 le PIB par habitant de la zone euro était inférieur aux trois quarts du PIB par habitant des États-Unis.

EXERCICE 4

Une chaîne de salles de sport propose trois formules d'abonnement mensuel :

- formule A : accès aux cours collectifs;
- formule B : accès libre à la salle de musculation;
- formule C : accès libre à la salle de musculation et aux cours collectifs.

PARTIE A.

On a observé que :

- 43 % des clients de cette chaîne sont des hommes;
- 13 % des hommes et 62 % des femmes ont choisi la formule A;
- 74 % des hommes et 20 % des femmes ont choisi la formule B;
- Les autres ont choisi la formule C.

On choisit au hasard la fiche d'un client.

On considère les événements suivants :

- F : « Le client est une femme »;
- H : « Le client est un homme »;
- A : « Le client a choisi la formule A »;
- B : « Le client a choisi la formule B »;
- C : « Le client a choisi la formule C ».

1. Compléter l'arbre de probabilités fourni en ANNEXE, à rendre avec la copie.
2.
 - a. Définir par une phrase l'événement $H \cap A$.
 - b. Calculer la probabilité $p(H \cap A)$.
En donner la valeur exacte.
3. Montrer que $p(A) = 0,4093$.
4. Le client a choisi la formule A. Calculer la probabilité que ce soit un homme.
Le résultat sera arrondi à 10^{-4} .

PARTIE B.

La direction de la chaîne de salles de sport estime que sur l'ensemble des salles, la proportion de clients abonnés depuis plus de 12 mois consécutifs est $p = 0,77$.

1. Déterminer un intervalle de fluctuation, à au moins 95 %, de la fréquence des clients abonnés depuis plus de 12 mois.
2. Dans une des salles de sport de la chaîne, la responsable a observé que, parmi les 400 clients, 280 sont restés abonnés depuis plus de 12 mois.
 - a. Calculer la fréquence des clients abonnés depuis plus de 12 mois consécutifs dans cette salle.
 - b. La responsable peut-elle penser que cette salle est moins attractive que les autres salles de la chaîne?
Justifier la réponse.

EXERCICE 5

Une entreprise fabrique des petites figurines pour enfant.

Pour s'assurer de la qualité de ses produits, l'entreprise ne réalise pas plus de 18 milliers de figurines par mois et on suppose que chaque figurine produite est vendue.

On note x le nombre de milliers de figurines vendues par mois, avec $x \in [0 ; 18]$.

PARTIE A. LECTURE GRAPHIQUE

On a représenté sur le graphique en ANNEXE, à rendre avec la copie, le chiffre d'affaires mensuel et le coût de production mensuel en fonction du nombre de milliers de figurines produites.

- La courbe \mathcal{C} représente le coût de production.
- La courbe \mathcal{R} représente le chiffre d'affaires mensuels.

À l'aide du graphique répondre aux questions suivantes :

1. Quel est le montant du chiffre d'affaires mensuel obtenu pour 10 milliers de figurines vendues?
2. Donner sous forme d'intervalle le nombre de milliers de figurines vendues pour lequel l'entreprise réalise des profits.

On laissera apparents les traits nécessaires à cette lecture graphique.

PARTIE B. ÉTUDE DU BÉNÉFICE MENSUEL

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$, on note $B(x)$ le bénéfice mensuel de l'entreprise en euros.

On a :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880$$

1. On admet que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$:

$$B(x) = -230(x^2 - 18x + 56)$$

- a. Résoudre l'équation suivante par le calcul :

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

- b. En déduire les points morts de production, c'est-à-dire les nombres de figurines produites pour lesquels le bénéfice est nul.

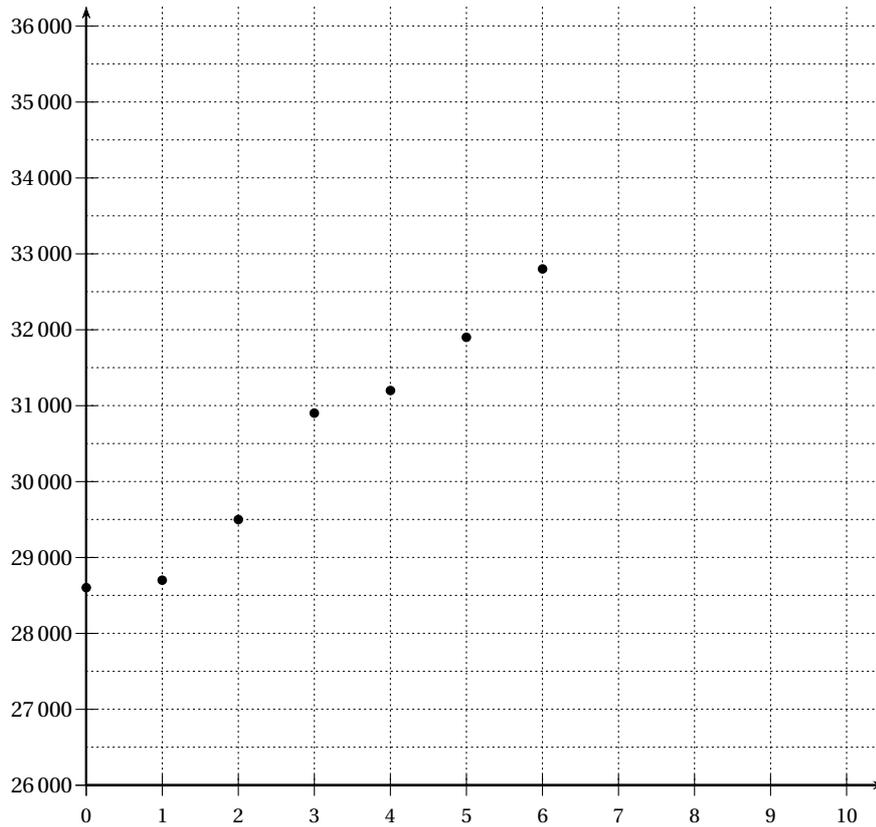
2. On note B la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 18]$ par :

$$B(x) = -230x^2 + 4\,140x - 12\,880$$

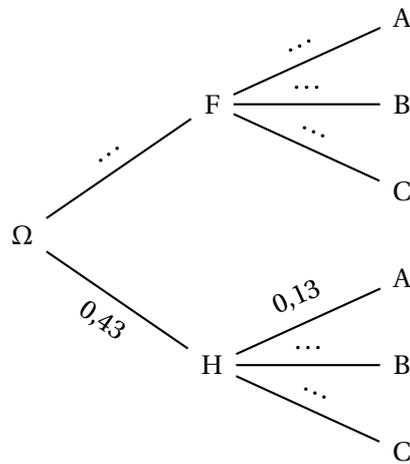
- a. Calculer $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 18]$.
- b. Étudier le signe de $B'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 18]$.
- c. Combien l'entreprise doit-elle vendre de figurines pour que le bénéfice soit maximal? Quel est le montant de ce bénéfice maximal?

ANNEXES

ANNEXE relative à l'EXERCICE 3



ANNEXE relative à l'EXERCICE 4



ANNEXES

ANNEXE relative à l'EXERCICE 5

