FONCTIONS - ÉTUDE QUALITATIVE

EXERCICE 1

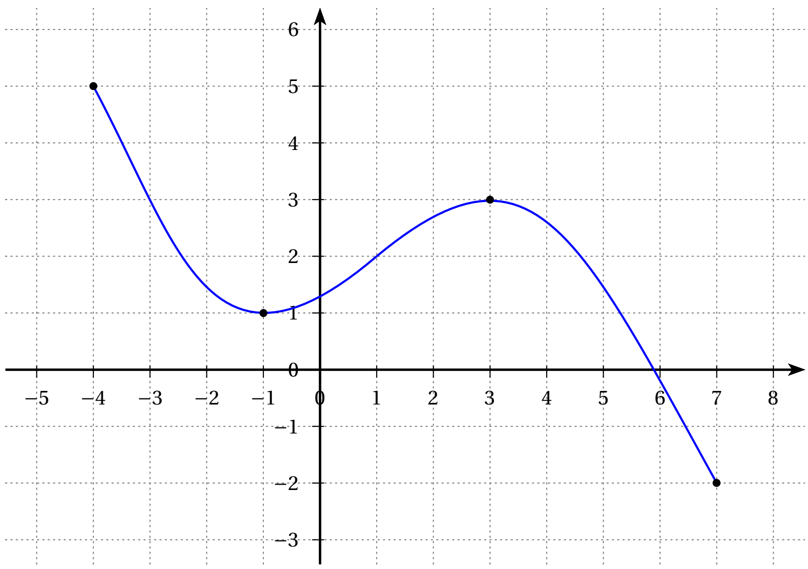
1. L'ensemble de définition de la fonction f est l'intervalle $[-5\ ;\ 8]$.
2. Tableau de variations de la fonction f.

x	-5		-2		4		8
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3

3. Le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 8]$ est 4 atteint en -2.
4. Le minimum de la fonction f sur l'intervalle $[-5\ ;\ 8]$ est -2 atteint en 4.
5. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ est l'intervalle $]2\ ;\ 6[$.
6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 3$ est l'intervalle $[-4\ ;\ 0]$ ainsi que le réel 8.

EXERCICE 2

1. Courbe susceptible de représenter la fonction f :



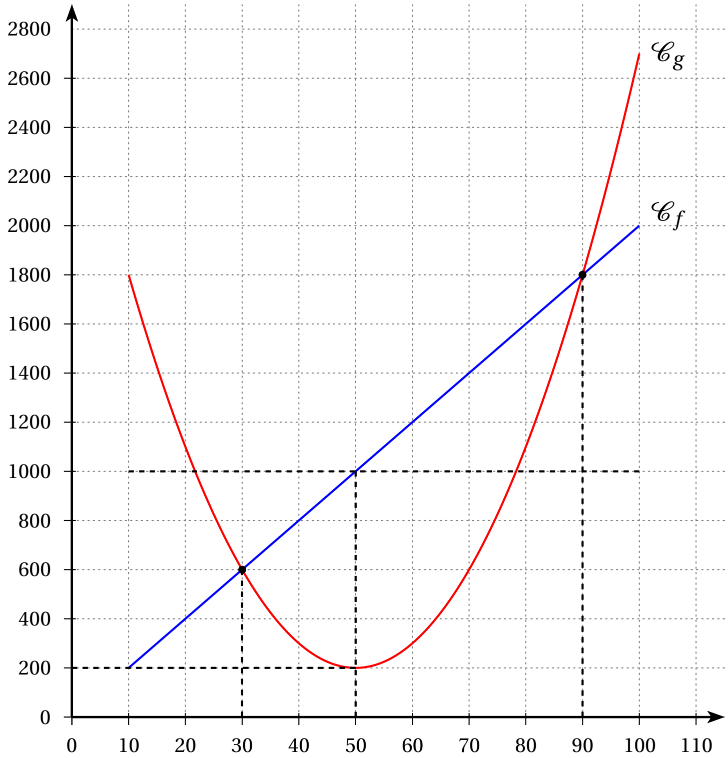
2. Puisque f est croissante sur l'intervalle $[-1\ ;\ 3]$, alors, par définition, $1 \leqslant 2 \Rightarrow f(1) \leqslant f(2)$.
3. Puisque f est décroissante sur l'intervalle $[3\ ;\ 7]$, alors, par définition, $4 \leqslant 5 \Rightarrow f(4) \geqslant f(5)$.
4. Puisque f n'est ni croissante, ni décroissante sur l'intervalle $[2\ ;\ 4]$, alors $f(2)$ et $f(4)$ ne sont pas comparables.

Exercice 3

1. **a.** Graphiquement : $f(x) > 1\,000 \Leftrightarrow x \in]50\ ;\ 100]$.

   b. Graphiquement : $f(x) > g(x) \Leftrightarrow x \in]30\ ;\ 90[$.

   c. Graphiquement, le minimum de la fonction g sur l'intervalle $[10\ ;\ 100]$ est 200 atteint en 50.



2. **a.** D'après la question **1.a.** la recette du restaurateur est supérieure à 1 000 € lorsqu'il sert entre 51 et 100 repas.

   b. D'après la question **1.b.** le restaurateur réalise un bénéfice lorsqu'il sert entre 31 et 89 repas.

   c. D'après la question **1.c.** le coût minimum est égal à 200 € réalisé pour 50 repas conçus.

3. On a $f(50) = 20 \times 50 = 1\,000$.

   En servant 50 repas, la recette est donc égale à 1 000 €.

   Au delà de 50 repas servis, la recette est bien supérieure à 1 000 €.

   On a : $f(30) = 20 \times 30 = 600$ et $g(30) = 30^2 - 100 \times 30 + 2\,700 = 900 - 3\,000 + 2\,700 = 600$.

   En servant 30 repas, la recette est donc égale au coût.

   On a : $f(90) = 20 \times 90 = 1\,800$ et $g(90) = 90^2 - 100 \times 90 + 2\,700 = 8\,100 - 9\,000 + 2\,700 = 1\,800$.

   En servant 90 repas, la recette est donc égale au coût.

   En servant entre 31 et 89 repas, le bénéfice est bien strictement positif.