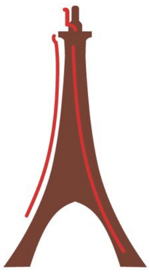
Lycée Jean DROUANT
École Hôtelière de PARIS
20, rue Médéric
75 017 PARIS

COURS DE MATHÉMATIQUES
SECONDE PRO



Emmanuel DUPUY
Emmanuel-R.Dupuy@ac-paris.fr

PARIS
Année 2024-2025

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE

1

PROPORTIONNALITÉ - POURCENTAGES

§ 1. Proportionnalité

a. Grandeurs proportionnelles

DÉFINITION

- Deux *grandeurs* X et Y sont *proportionnelles* lorsqu'on passe des valeurs de X aux valeurs correspondantes de Y en multipliant par un même nombre a.
- Le nombre a s'appelle le *coefficient de proportionnalité*.

EXEMPLE

- Maraîcher

Chez un maraîcher, 1 kg de pommes coûte 2,20 euros.

Le prix des pommes est proportionnel à la quantité de pommes et le coefficient de proportionnalité est égal à 2,2.

Quantité X (en kg)	1	10	5	3	1,5
Prix Y (en euros)	2,20	22	11	6,60	3,30

b. Produits en croix

EXERCICE

A vitesse constante, la distance parcourue est proportionnelle à la durée de parcours et on suppose qu'il faut 3 heures pour parcourir 270 km.

Durée de parcours (en h)	3	x
Distance parcourue (en km)	270	600

Calculer la durée x d'un parcours de 600 km à vitesse constante.

SOLUTION

On utilise la méthode des « produits en croix » : $x = \dfrac{3 \times 600}{270} \simeq 6{,}66$.

Il faut 6 heures et 40 minutes pour parcourir 600 km.

REMARQUE

Même si on peut utiliser d'autres méthodes, la méthode des « produits en croix » est systématiquement gagnante !

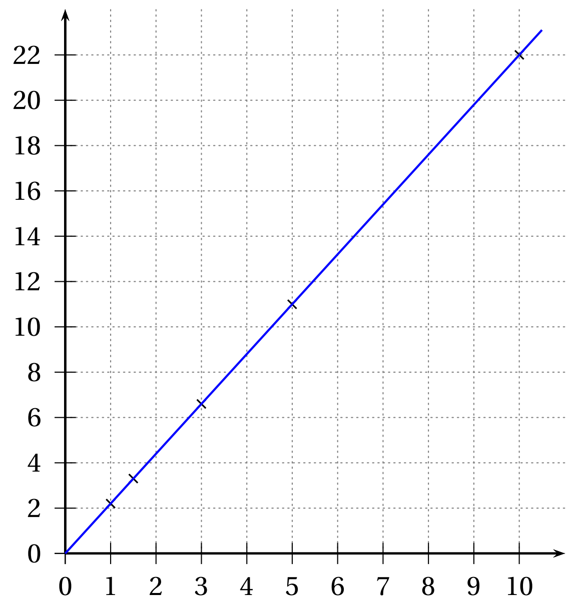
c. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

Si deux grandeurs X et Y sont proportionnelles, alors, dans un repère, les points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ sont alignés avec l'origine du repère.

EXEMPLE

- Maraîcher



§ 2. Pourcentages

a. Utilisation d'un pourcentage

EXERCICE

Un salaire de 1 800 euros est augmenté de 2 %.

1. Quel est, en euros, le montant de l'augmentation ?
2. Quel est, en euros, le nouveau salaire ?
3. Comment peut-on passer directement de l'ancien salaire au nouveau salaire ?

SOLUTION

1. On utilise la proportionnalité entre l'augmentation et le salaire :

Salaire (en euros)	1 800	100
Augmentation (en euros)	?	2

On a : $\dfrac{2 \times 1\,800}{100} = \dfrac{2}{100} \times 1\,800 = 0{,}02 \times 1\,800 = 36$.

Le montant de l'augmentation est égal à 36 euros.

2. On a : $1\,800 + 36 = 1\,836$.

   Le nouveau salaire est égal à 1 836 euros.

3. On a : $1{,}02 \times 1\,800 = 1\,836$.

   On peut passer directement de l'ancien salaire au nouveau salaire en multipliant l'ancien salaire par 1,02.

DÉFINITION

Le nombre 1,02 s'appelle le *coefficient multiplicateur* associé à une hausse de 2 %.

b. Calcul d'un pourcentage

EXERCICE

En considérant le tableau :

Prix HT (en euros)	83,25
Prix TTC (en euros)	99,90

1. Quel est, en euros, le montant de la TVA ?
2. Quel est le taux de cette TVA ?

SOLUTION

1. On a : $99{,}90 - 83{,}25 = 16{,}65$. Le montant de la TVA est égal à 16,65 euros.
2. On a : $\dfrac{16{,}65 \times 100}{83{,}25} = \dfrac{16{,}65}{83{,}25} \times 100 = 0{,}20 \times 100 = 20$. Le taux de cette TVA est égal à 20 %.

REMARQUE

On peut aussi calculer directement le taux de la TVA en passant par le coefficient multiplicateur de 83,25 à 99,90.

On a : $\dfrac{99{,}90}{83{,}25} = 1{,}20$ et 1,20 est le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 20 %.

CHAPITRE

2 STATISTIQUES

§ 1. Séries statistiques

a. Série statistique

VOCABULAIRE

- Une *étude statistique* porte sur un *caractère* dans une *population* d'*individus*.
- Un caractère est *quantitatif* lorsqu'il prend des valeurs numériques.
- Un caractère est *discret* lorsqu'il prend un nombre fini de valeurs.
- Un caractère est *continu* lorsqu'il prend une infinité de valeurs.
- Une *série statistique* est l'ensemble des valeurs x_i du caractère associé au nombre correspondant d'individus n_i appelé l'*effectif*.
- La *taille* n d'une série statistique est la somme des effectifs.
- La *fréquence* f_i d'une valeur x_i est le rapport entre n_i et n.

$$f_i = \frac{n_i}{n}$$

EXEMPLE

- Un professeur demande à chacun des élèves de sa classe de seconde combien de téléphones ils ont eus dans leur vie. Les données de la série sont les suivantes :

Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectif	1	3	6	6	6	3	3	1	0	1

La population est la classe, les individus sont les élèves.

Le caractère est le nombre de téléphone. Il est quantitatif discret et prend des valeurs entières comprises entre 0 et 9.

La taille de la série est égale à 30.

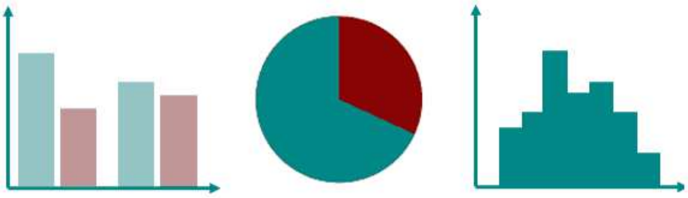
La fréquence de la valeur 4 est égale à $\frac{6}{30} = 0{,}20 = 20\ \%$.

b. Représentations graphiques

MÉTHODE

On peut représenter une série statistique par :

- Un *diagramme en barres*, où les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs ou aux fréquences.
- Un *diagramme circulaire*, où les angles sont proportionnels aux effectifs ou aux fréquences.
- Un *histogramme*, où les aires sont proportionnelles aux effectifs ou aux fréquences.



§ 2. Moyenne et écart-type

a. Moyenne

EXEMPLE

- Entreprise

  Le tableau ci-dessous indique les salaires des 70 ouvriers, des 20 agents de maîtrise et des 10 cadres d'une entreprise.

Salaire x_i en euros	1 500	2 000	2 500
Effectif n_i	70	20	10

  Le nombre de salariés n est donné par : $n = 70 + 20 + 10 = 100$.

  Le salaire moyen $\overline{x}$ est donné par : $\overline{x} = \dfrac{70 \times 1\ 500 + 20 \times 2\ 000 + 10 \times 2\ 500}{100} = \dfrac{170\ 000}{100} = 1\ 700$.

DÉFINITION

On considère une série statistique $(x_i\ ;\ n_i)$.

- La *taille* n de la série est la somme des effectifs n_i :

$$n = \sum n_i$$

- La *moyenne pondérée* $\overline{x}$ de la série est donnée par la formule :

$$\overline{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n}$$

b. Variance et écart-type

DÉFINITION

On considère une série statistique $(x_i\ ;\ n_i)$.

- La *variance* V de la série est donnée par la formule :

$$V = \frac{\sum n_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}$$

- L'*écart-type* σ de la série est la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

EXEMPLE

- Entreprise

  On a : $V = \dfrac{70 \times (1\,500 - 1\,700)^2 + 20 \times (2\,000 - 1\,700)^2 + 10 \times (2\,500 - 1\,700)^2}{100} = 111\,000.$

  On a : $\sigma = \sqrt{111\,000} \simeq 331{,}66.$

  Le salaire moyen est égal à 1 700 euros à plus ou moins 331,66 euros près.

§ 3. Médiane et quartiles

a. Médiane

DÉFINITION

On considère la liste ordonnée $\{a_1\ ;\ \ldots\ ;\ a_n\}$ des valeurs d'une série statistique de taille n.

- Si n est impair, alors la médiane Me de la série est la valeur de rang central.
- Si n est pair, alors la médiane Me de la série est la demi-somme des deux valeurs de rangs centraux.

EXEMPLE

- Série de notes

  6 7 8 9 10 10 **10** **11** 11 12 13 14 16 18

  Puisque $n = 14$ est pair, alors la médiane Me est la demi-somme des valeurs de rangs 7 et 8.

  On a : $\text{Me} = \dfrac{a_7 + a_8}{2} = \dfrac{10 + 11}{2} = 10{,}5.$

b. Quartiles

DÉFINITION

On considère la liste croissante $\{a_1\ ;\ \ldots\ ;\ a_n\}$ des valeurs d'une série statistique de taille n.

- Le *premier quartile* Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
- Le *troisième quartile* Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.
- L'*intervalle inter-quartile* est l'intervalle $[\text{Q}_1\ ;\ \text{Q}_3]$.
- L'*écart inter-quartile* est le réel $\text{Q}_3 - \text{Q}_1$.

EXEMPLE

- Série de notes

  6 7 8 **9** 10 10 10 11 11 12 **13** 14 16 18

  On a : 25 % de $n = \dfrac{1}{4} \times 14 = 3{,}5$. Donc le premier quartile Q_1 est la valeur de rang 4.

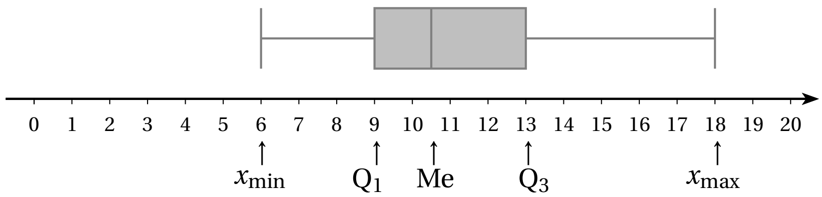
  On a : $\text{Q}_1 = a_4 = 9.$

On a : 75 % de $n = \frac{3}{4} \times 14 = 10{,}5$. Donc le troisième quartile Q_3 est la valeur de rang 11.
On a : $Q_3 = a_{11} = 13$.
L'écart inter-quartile est donné par : $Q_3 - Q_1 = 13 - 9 = 4$.

c. Diagramme en boîtes

EXEMPLE

- Série de notes



CHAPITRE 3

FONCTIONS AFFINES

§ 1. Fonctions linéaires

a. Fonction linéaire

DÉFINITION

- Une *fonction linéaire* est une fonction f définie par l'expression :

$$f(x) = ax$$

  où a est un nombre donné au départ.
- Le nombre a s'appelle le *coefficient directeur*.

EXEMPLE

- Soit f la fonction définie par l'expression $f(x) = \frac{1}{2}x$.

  La fonction f est une fonction linéaire de coefficient directeur $a = \frac{1}{2}$.

b. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

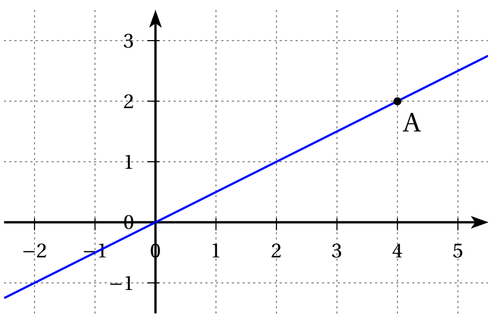
La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère est une droite qui passe par l'origine.

EXEMPLE

- Soit f la fonction linéaire définie par l'expression $f(x) = \frac{1}{2}x$.

  On choisit une valeur de x et on calcule son image par f : $f(4) = \frac{1}{2} \times 4 = 2$.

  La représentation graphique de f est la droite qui passe par l'origine et par le point A(4 ; 2).



§ 2. Fonctions affines

a. Fonction affine

DÉFINITION

- Une *fonction affine* est une fonction f définie par l'expression :

$$f(x) = ax + b$$

  où a et b sont deux nombres donnés au départ.
- Le nombre a s'appelle le *coefficient directeur*.
- Le nombre b s'appelle l'*ordonnée à l'origine*.

b. Représentation graphique

PROPRIÉTÉ

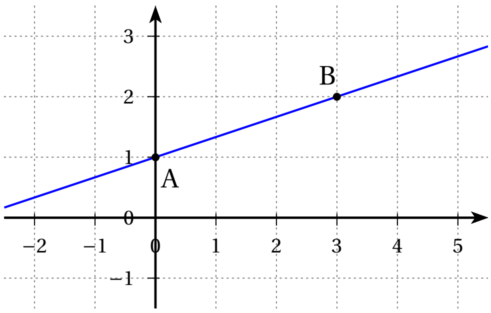
La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère est une droite.

EXEMPLE

- Soit f la fonction affine définie par l'expression $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$.
  On choisit deux valeurs de x et on calcule leur image par f :

x	0	3
$f(x)$	1	2

La représentation graphique de f est la droite passant par les points A(0 ; 1) et B(3 ; 2).



c. Sens de variations

PROPRIÉTÉ

Soit f la fonction affine définie par l'expression $f(x) = ax + b$.
- Si $a \geqslant 0$, alors la fonction f est croissante.
- Si $a \leqslant 0$, alors la fonction f est décroissante.