VARIABLES ALÉATOIRES

EXERCICE 1

Parmi les résidents en France qui prennent des vacances en hiver, une étude a montré que 20 % d'entre eux consacrent leur séjour aux sports d'hiver.

On choisit au hasard un résident en France qui prend des vacances en hiver.

On note S l'événement : « Le résident consacre son séjour aux sports d'hiver ».

On note p la probabilité de l'événement S.

1. Indiquer la valeur de p.
2. Expliquer pourquoi cette expérience aléatoire définit une épreuve de Bernoulli.
3. Donner la loi de Bernoulli associée.
4. On choisit au hasard trois résidents en France qui prennent des vacances en hiver.

   Le nombre de résidents est suffisamment important pour admettre que ce choix correspond à reproduire 3 fois l'expérience précédente dans des conditions identiques et indépendantes.

   a. Représenter cette expérience par un arbre pondéré.
   b. Calculer la probabilité que les trois résidents consacrent leur séjour aux sports d'hiver.
   c. Calculer la probabilité qu'aucun des trois résidents ne consacre son séjour aux sports d'hiver.

EXERCICE 2

Un basketteur participe à un concours de lancers francs.

Il dispose de deux lancers francs qu'il tire de manière identique et indépendante.

La probabilité que le basketteur réussisse un lancer franc lors d'un tir est égale à 0,7.

On note S l'événement : « Le basketteur réussit un lancer franc lors d'un tir ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le basketteur réussisse exactement un lancer franc.
3. Calculer la probabilité que le basketteur réussisse au moins un lancer franc.
4. Le basketteur gagne 20 points pour deux lancers francs réussis, gagne 10 points pour un seul lancer franc réussi, et perd 100 points s'il ne réussit aucun lancer franc.

   On note G le nombre de points obtenus par le basketteur.

   Compléter le tableau :

Valeur k	20	10	-100
Probabilité $p(G=k)$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$

5. Calculer l'espérance de G.

EXERCICE 3

On estime qu'à la naissance, la probabilité qu'un enfant soit un garçon est égale à 0,49.

On considère au hasard une fratrie de trois enfants.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de garçons dans la fratrie.

On arrondira les probabilités demandées au millième.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité que deux enfants de la fratrie soient des garçons.
3. Décrire l'événement $\{X = 0\}$ puis calculer sa probabilité.
4. Compléter le tableau :

Valeur k	0	1	2	3
Probabilité $p(X = k)$				

5. Calculer l'espérance de X.

   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 4

Un restaurateur propose trois plats à la carte, le premier à 15 €, le second à 20 € et le troisième à 25 €. Le restaurateur propose également un dessert à la carte à 10 €.

On sait que :

- 40 % des clients commandent le premier plat ;
- 30 % des clients commandent le second plat ;
- les autres clients commandent le troisième plat ;
- dans 40 % des cas et indépendamment du plat qu'ils ont commandé, les clients commandent le dessert.

On note :

- P_1 l'événement : « le client commande le premier plat » ;
- P_2 l'événement : « le client commande le second plat » ;
- P_3 l'événement : « le client commande le troisième plat » ;
- D l'événement : « le client commande un dessert ».

Pour tout événement E, on note $p(E)$ la probabilité de l'événement E et $\overline{E}$ l'événement contraire de l'événement E.

1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
2. **a.** Décrire par une phrase l'événement $P_1 \cap D$.

   b. Calculer $p(P_1 \cap D)$.
3. On note X la variable aléatoire égale au montant, en euros, du menu plat/dessert commandé par un client.

   a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

   b. Dresser la loi de probabilité de la variable aléatoire X sous forme d'un tableau.

   c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X.

   d. Quelle est la recette moyenne du restaurateur sur les menus plat/dessert lorsqu'il reçoit 50 clients ?