

DÉRIVATION

EXERCICE 1

Un artisan produit des vases en terre cuite. Sa capacité de production est limitée à 60 vases.

Le coût de production, en euros, dépend du nombre de vases produits.

Ce coût de production peut être modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$ par :

$$C(x) = x^2 - 10x + 500$$

Un vase est vendu 50 €. Les recettes, qui dépendent du nombre de vases produits et vendus, sont modélisées par une fonction R définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$.

1. Calculer le coût et la recette réalisés lorsque l'artisan produit et vend 50 vases.
2. Le résultat, en euro, réalisé par l'artisan est modélisé par une fonction B définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$ et on admet que :

$$B(x) = -x^2 + 60x - 500$$

- a. Calculer $B'(x)$ où B' la fonction dérivée de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 60]$.
- b. Dresser le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 60]$.
- c. En déduire le nombre de vases à vendre pour réaliser un bénéfice maximum.

EXERCICE 2

La glycémie est la concentration massique exprimée en gramme par litre (g.L^{-1}) de sucre dans le sang. Le diabète se caractérise par une hyperglycémie chronique, c'est-à-dire un excès de sucre dans le sang et donc une glycémie trop élevée.

Une glycémie est normale lorsqu'elle est comprise entre $0,7 \text{ g.L}^{-1}$ et $1,1 \text{ g.L}^{-1}$ à jeun et lorsqu'elle est inférieure à $1,4 \text{ g.L}^{-1}$, une heure et trente minutes après un repas.

Lorsque l'on suspecte un diabète, on pratique un test de tolérance au glucose.

Lorsqu'il est à jeun, le patient ingère 75 g de glucose au temps $t = 0$ (t est exprimé en heure).

Pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; 3]$, la glycémie du patient, exprimée en g.L^{-1} , t heures après l'ingestion, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 3]$ par :

$$f(t) = 0,3t^3 - 1,8t^2 + 2,7t + 0,8$$

1. Que valait la glycémie du patient à jeun?
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a. Calculer $f'(t)$.
 - b. Montrer que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0 ; 3]$:

$$f'(t) = 0,9(t-1)(t-3)$$

- c. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0 ; 3]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 3]$.
3.
 - a. Au bout de combien d'heures la glycémie du patient est-elle maximale et que vaut-elle?
 - b. Peut-on suspecter un diabète chez le patient? Expliquer.