POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

~ 8 points **EXERCICE 1**

1. On a : $B(20) = -20^2 + 50 \times 20 - 400 = -400 + 1\,000 - 400 = 200$.
   Lorsqu'elle vend 20 pots, l'entreprise fait bien un bénéfice de 200 euros.
2. On a : $B(10) = -10^2 + 50 \times 10 - 400 = -100 + 500 - 400 = 0$.
   On a : $B(40) = -40^2 + 50 \times 40 - 400 = -1600 + 2\,000 - 400 = 0$.
   Le coefficient a du polynôme $B(x)$ est égal à -1 et les racines x_1 et x_2 du polynôme $B(x)$ sont les réels 10 et 40 donc : $B(x) = -(x-10)(x-40)$.
3. Puisque $a < 0$, alors :

x	0		10		40		50
$B(x)$		$-$	0	+	0	$-$	

4. D'après le tableau de signes de $B(x)$, l'entreprise réalise un bénéfice en vendant entre 10 et 40 pots par jour.
5. Soit S le sommet de la parabole représentative de la fonction $B(x)$.
   Le bénéfice maximal est égal à y_S, atteint en x_S.
   Par symétrie de la parabole, on a : $x_S = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{10+40}{2} = 25$.
   On a : $y_S = B(x_S) = -25^2 + 50 \times 25 - 400 = -625 + 1\,250 - 400 = 225$.
   Le bénéfice maximal est égal à 225 euros.

~ 8 points **EXERCICE 2**

1. La hauteur de la rampe correspond à $h(0)$ et : $h(0) = 0{,}5 \times 0^2 - 4{,}5 \times 0 + 7 = 0 - 0 + 7 = 7$.
   Le skateur se lance sur la rampe à 7 mètres de hauteur.
2. **a.** On a : $h(2) = 0{,}5 \times 2^2 - 4{,}5 \times 2 + 7 = 2 - 9 + 7 = 0$.
   On a : $h(7) = 0{,}5 \times 7^2 - 4{,}5 \times 7 + 7 = 24{,}5 - 31{,}5 + 7 = 0$.
   Les réels 2 et 7 sont bien les solutions de l'équation $h(x) = 0$.
   b. Le coefficient a du polynôme $h(x)$ est égal à 0,5 et les racines du polynôme $h(x)$ sont les réels 2 et 7 donc : $h(x) = 0{,}5(x-2)(x-7)$.
3. Puisque $a > 0$, alors :

x	0		2		7
$h(x)$		+	0	$-$	0

4. D'après le tableau de signes de l'expression $h(x)$, le skateur est en dessous de son point d'arrivée sur l'intervalle $]2\,;\,7[$.

~ 4 points **EXERCICE 3**

1. L'expression $f(x)$ est de la forme $ax^2 + b$ avec $a = 2$ et $b = -8$.

   Par propriété, les coordonnées du sommet de la parabole représentative $\mathscr{P}$ de la fonction f sont $(0\,;\,-8)$.

2. Par propriété, l'axe de symétrie de la parabole $\mathscr{P}$ est l'axe des ordonnées.

3. Les abscisses des points d'intersection de la parabole $\mathscr{P}$ et de l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

   On a : $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -2$.

   Les coordonnées des points d'intersection de la parabole $\mathscr{P}$ et de l'axe des abscisses sont $(2\,;\,0)$ et $(-2\,;\,0)$.