

VARIABLES ALÉATOIRES

EXERCICE 1

Un restaurateur propose trois plats à la carte, le premier à 15 €, le second à 20 € et le troisième à 25 €. Le restaurateur propose également un dessert à la carte à 10 €.

On sait que :

- 40 % des clients commandent le premier plat, 30 % des clients commandent le second plat, les autres clients commandent le troisième plat;
- dans 40 % des cas, les clients commandent le dessert.

On note :

- P_1 l'événement : « le client commande le premier plat », P_2 l'événement : « le client commande le second plat », P_3 l'événement : « le client commande le troisième plat »;
 - D l'événement : « le client commande un dessert ».
1. Construire un arbre pondéré illustrant la situation.
 2. Décrire par une phrase l'événement $P_1 \cap D$ et calculer $p(P_1 \cap D)$.
 3. On note X la variable aléatoire égale au montant, en euros, du menu plat/dessert commandé par un client.
 - a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
 - b. Dresser la loi de probabilité de la variable aléatoire X sous forme d'un tableau.
 - c. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .
 - d. Quelle est la recette moyenne du restaurateur sur les menus plat/dessert lorsqu'il reçoit 50 clients ?

EXERCICE 2

Un piéton rencontre successivement sur sa route trois passages protégés avec des feux piétons. Il respecte la signalisation et ne traverse que lorsque le feu piéton est vert.

Les feux piétons ne sont pas synchronisés. On considèrera qu'ils sont indépendants les uns des autres. Chaque feu piéton est rouge pendant 45 secondes puis vert pendant 15 secondes.

On modélise l'observation successive des couleurs de ces trois feux piétons par la répétition de trois épreuves aléatoires identiques et indépendantes de Bernoulli dont le succès, noté V , a pour probabilité $\frac{1}{4}$ et traduit le fait qu'un feu soit vert.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de feux piétons verts rencontrés par le piéton. X prend donc les valeurs : 0 ; 1 ; 2 ; 3.
 - a. En précisant à quoi correspond l'événement $\{X = 1\}$, calculer $p(X = 1)$.
 - b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
3. Le piéton arrivera en retard à destination s'il rencontre au moins deux feux piétons rouges.
 - a. Écrire l'événement correspondant à l'aide de la variable aléatoire X .
 - b. Quelle est la probabilité que le piéton arrive en retard ?