SUITES NUMÉRIQUES

EXERCICE 1

On considère la suite de nombres :

20 21 23 26 30 35 41 48 42 37 33 30 28

1. Si 20 est le 1er terme, quel est le 4ème terme ? Le 10ème terme ? Le terme de rang 12 ?
2. Recopier et compléter : 28 est le .... terme de cette suite.
3. A-t-on des termes égaux ? Si oui, donner leurs rangs.

EXERCICE 2

Pour chacune des suites « logiques » de nombres, donner les trois termes suivants.

1. $-10 \quad -7 \quad -4 \quad -1 \quad 2 \quad 5.$
2. $0 \quad 3 \quad 6 \quad 9 \quad 12.$
3. $1 \quad 3 \quad 6 \quad 10 \quad 15 \quad 21.$
4. $2 \quad 6 \quad 12 \quad 15 \quad 18.$
5. $1 \quad 10 \quad 100 \quad 1\,000.$
6. $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}.$

EXERCICE 3

La relation de récurrence d'une suite u est : $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 2$ et $u_0 = 100$.
Calculer u_1, u_2 et u_3.

EXERCICE 4

La relation de récurrence d'une suite u est : $u_{n+1} = 4 - u_n^2$ et $u_1 = 2$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Reprendre avec $u_1 = -3$.

EXERCICE 5

On s'intéresse à la suite des entiers pairs.

1. Donner le premier entier pair et le suivant.
   Par quelle opération passe-t-on de l'un à l'autre ?
2. On nomme p_0 le premier terme, dit de rang 0, p_1 le suivant, et ainsi de suite.
   Proposer une relation fonctionnelle donnant p_n en fonction de n.

EXERCICE 6

On considère l'algorithme suivant, écrit en langage naturel.

$$n \leftarrow 0$$
$$u \leftarrow 100$$
$$n \leftarrow n+1$$
$$u \leftarrow u \times 2 \times n$$
$$u \leftarrow u - 40$$

A chaque ligne de l'algorithme, indiquer les valeurs prises par les variables n et u dans un tableau.

EXERCICE 7

On considère la suite (u_n) définie par la relation fonctionnelle, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = -n^2 + 2n + 15$$

1. Calculer les 6 premiers termes de la suite (u_n).
2. Calculer l'écart $u_{n+1} - u_n$ entre 2 termes consécutifs de cette suite, pour n allant de 0 à 5.

   Vérifier que : $u_{n+1} - u_n = 1 - 2n$.
3. On note d_n cette différence.

   Quel est le sens de variations de la suite (d_n) ?

EXERCICE 8

Une entreprise compte 23 salariés en fin d'année 2010. Durant l'année, le nombre de ses salariés double, mais en fin d'année, 22 salariés quittent l'entreprise.

On note s_n le nombre de salariés à la fin de l'année $2010 + n$.

1. Écrire une relation de récurrence entre s_{n+1} et s_n.
2. A l'aide d'une calculatrice, calculer le nombre de salariés de proche en proche, jusqu'à la fin de l'année 2020.

EXERCICE 9

Un indice annuel est modélisé par la suite (u_n) définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = 1{,}05u_n - 3 \text{ et } u_0 = 100$$

1. Représenter cette suite pour n allant de 0 à 7.
2. Les points sont-ils alignés ? Proposer une méthode pour le vérifier.

EXERCICE 10

La suite u est la suite arithmétique de raison 10 et de terme initial $u_0 = 0$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.

EXERCICE 11

La suite u est la suite arithmétique de raison -3 et de terme initial $u_0 = 100$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.

EXERCICE 12

La suite u est la suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$ et de terme initial $u_0 = \frac{3}{4}$.

Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.

EXERCICE 13

La suite u est définie, pour tout $n \geqslant 0$ par : $u_{n+1} = u_n - 5$ et $u_0 = 50$.

On note L la liste des termes de la suite u pour n allant de 0 à 20. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse.
Argumenter.

1. $65 \in L$.
2. Le $5^{\text{ème}}$ élément de L est 30.
3. Tous les éléments de L sont multiples de 5.

EXERCICE 14

Soit Δ la droite d'équation : $y = -0{,}5x + 7$.

On désire faire le lien entre les points d'abscisses entières et une suite (u_n) définie pour tout entier n.

1. Dans un repère, tracer la droite Δ restreinte à l'intervalle $[0\ ;\ 8]$.
2. Mettre en valeur les points d'abscisses entières.
3. Donner la relation fonctionnelle de la suite (u_n).

EXERCICE 15

En 2016, le nombre d'établissements de cinéma actifs s'élève à 2 044, soit 11 de plus qu'en 2015.

On suppose que cette évolution va se poursuivre de la même façon.

1. Quel était leur nombre en 2015 ?
2. Quel modèle d'évolution peut-on proposer pour les années à venir ?
3. Déterminer le nombre d'établissements de cinéma actifs que l'on peut prévoir en 2020.

EXERCICE 16

Amina a 1 500 € sur un compte début janvier.

Chaque fin de mois, sa mère lui verse un montant fixe égal à 23 % de cette somme. Mais Amina dépense 200 € chaque mois.

Quel est le sens de variations du montant de son compte ?
Argumenter.

EXERCICE 17

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 2$.
   Calculer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_6.
2. Soit (v_n) la suite arithmétique de raison -8 et de premier terme $v_0 = 28$.
   Calculer v_1, v_2, v_3, v_4 et v_6.
3. Soit (w_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme $w_0 = \frac{1}{7}$.
   Calculer w_1, w_2, w_3, w_4 et w_6.

EXERCICE 18

1. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $r = -2$ et de premier terme $u_0 = 7$.
   Exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_{10} et u_{100}.
2. Soit (v_n) une suite arithmétique telle que $v_2 = 7$ et $v_6 = 9$.
   Calculer sa raison r puis son premier terme v_0.

EXERCICE 19

Dans chaque cas, on donne les premiers termes u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 d'une suite (u_n).
Dans quel cas peut-elle être arithmétique ?

1. 0 ; 1 ; 4 ; 9 ; 16.
2. 28 ; 21 ; 14 ; 7 ; 0.
3. 5,2 ; 5,6 ; 6 ; 6,4 ; 6,8.

EXERCICE 20

Une banque hongroise propose deux placements à intérêts simples :

- le premier de valeur nominale 15 000 € à 8 % ;
- le deuxième de valeur nominale 18 000 € à 6 % ;

1. Justifier que les suites (u_n) et (v_n) des capitaux acquis respectivement avec le premier et le deuxième placement, sont arithmétiques.
2. A l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ou de python, visualiser les valeurs de ces deux suites.
3. Si on ne fait ni retrait ni ajout, après combien d'années le premier placement dépassera-t-il le deuxième placement ?

EXERCICE 21

On veut calculer la somme : $S = 1 + 5 + 9 + \ldots + 101$.

1. Élaborer une stratégie pour calculer cette somme et l'expliquer.
2. La mettre en pratique en précisant l'outil utilisé (calculatrice, tableur ou script Python).

EXERCICE 22

1. Calculer la somme des 500 premiers entiers naturels non nuls.
2. Calculer la somme des entiers de 35 à 150.

EXERCICE 23

Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 5$.

1. Exprimer u_n en fonction de n puis en déduire u_{15}.
2. Calculer $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{15}$.

EXERCICE 24

Soit (u_n) la suite arithmétique telle que $u_3 = 5$ et $u_{14} = 39$.

1. Déterminer le nombre de termes de u_3 à u_{14}.
2. Calculer $S = u_3 + u_4 + \ldots + u_{14}$.

EXERCICE 25

Une personne qui n'a aucune pratique sportive décide au cours d'un mois de 30 jours de faire chaque jour 5 minutes de sport de plus que le jour précédent.

On modélise cette situation par une suite (t_n) où t_n est le temps consacré par cette personne à faire du sport le n-ième jour de ce mois.

1. Déterminer t_1 et t_2.
2. Déterminer la nature de la suite (t_n).
3. Exprimer t_n en fonction de n.
4. Déterminer le temps consacré à faire du sport le trentième jour.
5. Calculer $S = t_1 + t_2 + \ldots + t_{30}$.
6. Interpréter ce dernier résultat.

EXERCICE 26

Dans une station service lors des trois derniers mois de l'année 2019, le prix du gasoil a évolué de la manière suivante :

Mois	Octobre	Novembre	Décembre
Prix (en euros)	1,491	1,503	1,515

L'évolution de ce prix peut-elle être modélisée par une suite arithmétique ? Si oui, laquelle ?

EXERCICE 27

Un apiculteur s'inquiète pour sa population d'abeilles.

Il l'évalue la première année à 10 000, la deuxième à 9 250, et la troisième à 8 200.

Peut-il modéliser l'évolution du nombre d'abeilles par une suite arithmétique ?

EXERCICE 28

On place un capital de 1 250 € à intérêts simples au taux annuel de 6 %. Cela signifie que les intérêts produits chaque année sont égaux à 6 % de 1 250 €.

On désigne par I les intérêts produits chaque année et par C_n la somme disponible au bout de n années. On a donc : $C_0 = 1\,250$.

1. Calculer I.
2. Calculer C_1, C_2 et C_3.
3. Montrer que (C_n) est une suite arithmétique. Quel est son premier terme ? Quelle est la raison ?
4. Exprimer C_n en fonction de n.
5. Calculer la somme disponible au bout de 5 ans.
6. Au bout de combien d'années la somme disponible dépasse-t-elle 2 000 € ?

EXERCICE 29

La cloche d'une église sonne toutes les heures : 1 coup à 1h00 et à 13h00; 2 coups à 2h00 et à 14h00; ... ; 12 coups à midi et à minuit. Un villageois se plaint du bruit.

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le nombre de coups à la n-ième heure.

Combien de tintements le villageois entend-il en une journée ?

EXERCICE 30

En 2019, la population d'une ville est de 35 000 habitants.

1. On suppose que le nombre d'habitants augmentera de 500 habitants par an.

   Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'habitants l'année $(2019 + n)$.

   On a ainsi $u_0 = 35\,000$.

   a. Calculer u_1 et interpréter ce nombre.

   b. Indiquer la nature de la suite (u_n).

   c. On considère l'algorithme ci-dessous, écrit en python :

   ```
   N = 0
   U = 35000
   while U < 40000 :
       U = U + 500
       N = N + 1
   print "N =", N
   ```

   Après son exécution, l'algorithme affiche N = 10. Interpréter la valeur de N dans le contexte de l'exercice.

2. On suppose que le nombre d'habitants augmentera de 2 % par an.

   Pour tout entier naturel n, on note v_n le nombre d'habitants l'année $(2019 + n)$.

   On a ainsi $v_0 = 35\,000$.

   a. Indiquer la nature de la suite (v_n). Déterminer sa raison.

   b. Calculer le nombre d'habitants de la ville en 2029, arrondi à l'unité.

EXERCICE 31

Cédric s'est inscrit au marathon de Paris et il souhaite organiser sa préparation.

Dans son programme d'entraînement hebdomadaire, il prévoit une séance unique.

Quatre mois avant le départ (on considèrera que cela revient à 16 semaines), lors de sa première semaine de préparation, il court 15 kilomètres. Chaque semaine, il augmente la distance parcourue de 1,5 kilomètre.

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n la distance parcourue pendant la séance de la n-ième heure.

1. Préciser u_1, u_2 et u_3.
2. Déterminer la nature de la suite (u_n).
3. Pensez-vous que Cédric sera prêt pour le marathon de Paris ?
4. Quelle distance aura-t-il parcourue pendant ses quatre mois d'entraînement ?