

**FONCTIONS****EXERCICE 1**

On donne la fonction  $f : x \mapsto 2x - 3 + \frac{1}{x}$ .

Calculer à la main les images de  $-1$ ;  $2$  et  $10$ .

**EXERCICE 2**

On donne la fonction  $g : t \mapsto \frac{1+t^2}{t}$ , où  $t \neq 0$ .

Calculer à la main  $g(2)$ ;  $g(0,1)$  et  $g(-0,1)$ .

**EXERCICE 3**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^3 - 10x^2$ .

Calculer à la main  $f(2)$ ;  $f(-3)$  et  $f(10)$ .

**EXERCICE 4**

Soit  $f : x \mapsto x^2$  et  $x_1$  et  $x_2$  deux réels distincts.

1. Exprimer le taux de variation entre  $x_1$  et  $x_2$ .
2. Factoriser le numérateur.
3. Simplifier le quotient.
4. Préciser le sens de variation de la fonction carré sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ .
5. Même question sur l'intervalle  $] -\infty ; 0]$ .

**EXERCICE 5**

Soit la fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ .

1. Exprimer le taux de variation entre  $x_1$  et  $x_2$ .
2. Conclure sur la monotonie de la fonction affine sur  $\mathbb{R}$ .

**EXERCICE 6**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ , et deux réels  $x_1$  et  $x_2$  distincts non nuls.

1. Exprimer le taux de variation entre  $x_1$  et  $x_2$ .
2. Simplifier au mieux le quotient.
3. Étudier son signe suivant le signe de  $x_1$  et  $x_2$ .
4. En déduire la monotonie de la fonction inverse, en précisant l'intervalle.

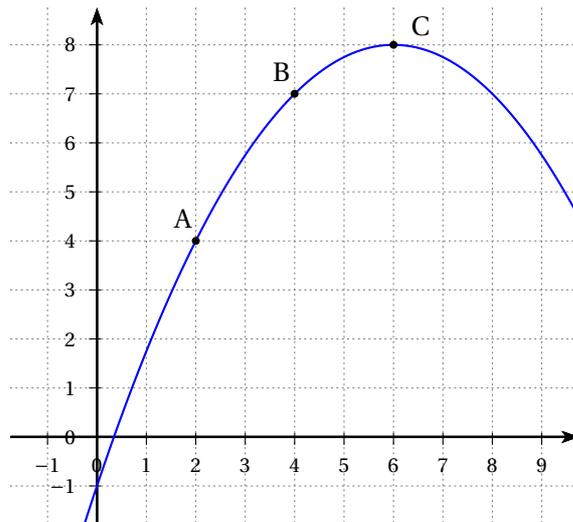
### EXERCICE 7

On considère la fonction  $f$  représentée par la courbe  $\mathcal{C}$  ci-contre.

1. **a.** Lire la pente des sécantes (AB) et (BC).
- b.** Déterminer leur équation réduite.
2. La courbe  $\mathcal{C}$  a pour équation :

$$y = \frac{-x^2}{4} + 3x - 1$$

3. Calculer le taux de variation de  $f$  entre 0 et 2.
4. Calculer le taux de variation de  $f$  entre 3,9 et 4.



### EXERCICE 8

Dans une entreprise, les dirigeants désirent conserver une masse salariale  $MS$  constante.

On note  $W$  le salaire moyen annuel dans l'entreprise et  $L$  le nombre de salariés.

1. **a.** Écrire l'égalité donnant la masse salariale en fonction de  $L$  et  $W$ .
- b.** Justifier que, si le nombre de salariés diminue, alors le salaire moyen augmente, à masse salariale constante.
- c.** Comment varient ces deux grandeurs  $W$  et  $L$ ?
2. Dans une entreprise, la masse salariale annuelle est de 24 millions d'euros.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous, arrondir à l'unité.

$W$ en euros		65 000		38 000
$L$	400		500	

### EXERCICE 9

Pour chaque fonction, indiquer le sommet et l'axe de symétrie de sa courbe  $\mathcal{C}$ , puis les points d'intersection de  $\mathcal{C}$  avec l'axe des abscisses, s'ils existent.

1.  $x \mapsto 2x^2 - 10$
2.  $x \mapsto -x^2 - 4$
3.  $x \mapsto \frac{1}{4}x^2 - 1$
4.  $x \mapsto x^2 - 121$

### EXERCICE 10

Soit  $\mathcal{C}$  la courbe d'équation  $y = x^2 - 4x$ .

1. Factoriser  $x^2 - 4x$ .
2. En déduire les coordonnées des points d'intersection A et B de la courbe  $\mathcal{C}$  et de l'axe des abscisses.
3. Déterminer les coordonnées du sommet de  $\mathcal{C}$ .
4. Préciser l'allure de  $\mathcal{C}$ .

### EXERCICE 11

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2(x - 3)(x + 7)$ .

1. Donner le nom de la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation  $y = f(x)$  et son allure.
2. Déterminer les solutions de l'équation  $f(x) = 0$  et en donner une interprétation graphique.
3. Déterminer les coordonnées du sommet S de la courbe  $\mathcal{C}$ .
4. Étudier le signe de  $f(x)$  dans un tableau de signes, ou à l'aide de l'allure de la parabole et des intersections avec l'axe des abscisses.

### EXERCICE 12

Étudier la fonction  $f : x \mapsto -(x + 2)(2x + 1)$  en suivant les étapes vues à l'**exercice 11**.

### EXERCICE 13

Étudier la fonction  $g : t \mapsto 0,5(t + 10)(2t - 8)$  en suivant les étapes vues à l'**exercice 11**.

### EXERCICE 14

En raison notamment de l'inflation, les tranches des impôts sont réactualisées chaque année. On a donc arrondi les bornes à 1 000 € près, ce qui ne change rien au principe de calcul. Les taux donnés dans le tableau ci-dessous sont ceux applicables à un célibataire.

Tranche	Palier (en €)	Taux
1 <sup>ère</sup>	0	0 %
2 <sup>ème</sup>	10 000	14 %
3 <sup>ème</sup>	26 000	26 %
4 <sup>ème</sup>	74 000	41 %
5 <sup>ème</sup>	156 000	45 %

1. Ben a un revenu imposable (RI) de 17 000 € annuels.  
Déterminer sa tranche d'imposition et le montant de son impôt.
2. Adam a un RI exactement de 26 000 €.
  - a. Est-il dans la 2<sup>ème</sup> ou la 3<sup>ème</sup> tranche? Expliquer.
  - b. Calculer le montant de son impôt.
  - c. On lui propose 1 000 € de plus. Il refuse, argumentant que « tout va partir en impôts ». Prouver qu'il a tort.
3. On note  $x$  le revenu imposable en k€ et  $R(x)$  le montant de l'impôt correspondant.
  - a. Pour chaque tranche de revenu, déterminer la fonction  $R$ .  
Par exemple, pour  $x \in [0 ; 10[$ , on a  $R(x) = 0$ .
  - b. Justifier que, pour tout  $x > 156$ , on a :  $R(x) = 0,45(x - 156) + 50,26$ .

### EXERCICE 15

L'énergie cinétique, en joules, est donnée par  $E = \frac{1}{2} m \times v^2$  où  $m$  est la masse en kg et  $v$  la vitesse en m/s.

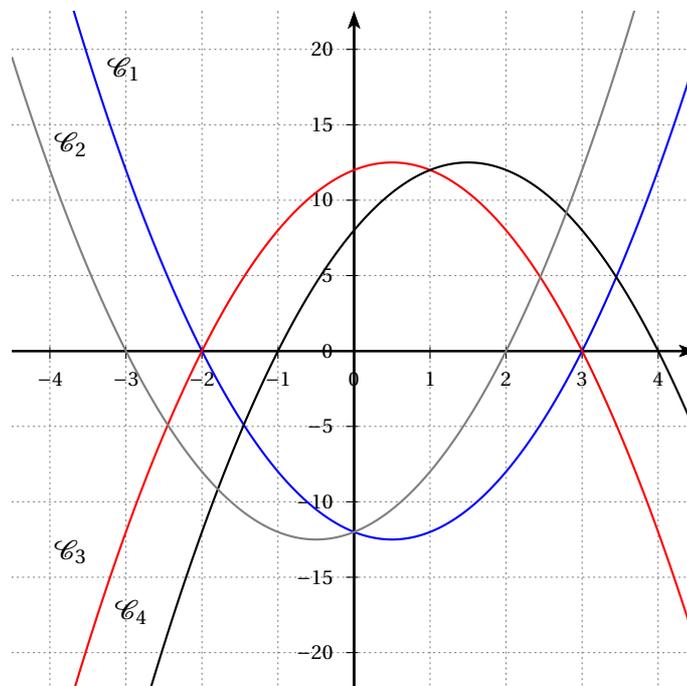
- Expliquer pourquoi, à vitesse constante, l'énergie cinétique est proportionnelle à la masse. Est-elle proportionnelle à la vitesse?
  - A masse  $m$  constante, on augmente la vitesse  $v$  de une unité (1 m/s). Déterminer le taux de variation de l'énergie cinétique.
- Déterminer la vitesse, en mètre par seconde, pour une masse de 80 kg et une énergie cinétique de 100 joules.
  - Déterminer la masse d'un objet lancé à une vitesse de 3 m/s et ayant une énergie cinétique de 207 joules.

### EXERCICE 16

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$  par :

$$f(x) = -2x^2 + 2x + 12$$

- Montrer que 3 est solution de l'équation  $f(x) = 0$ .
- Montrer que  $-2$  est solution de l'équation  $f(x) = 0$ .
- Donner la forme factorisée de  $f(x)$ .
- Dresser le tableau de signes de  $f$  sur l'intervalle  $[-5 ; 5]$ .
- Parmi les quatre courbes suivantes, indiquer celle de la fonction  $f$ .  
Justifier la réponse.



### EXERCICE 17

Un plongeur effectue un saut depuis une falaise située en bord de mer.

L'altitude du pied du plongeur, en mètre, en fonction du temps écoulé depuis le déclenchement du saut  $t$ , en seconde, est modélisée par la fonction  $f$  définie par :

$$f(t) = -0,5t^2 + t + 4$$

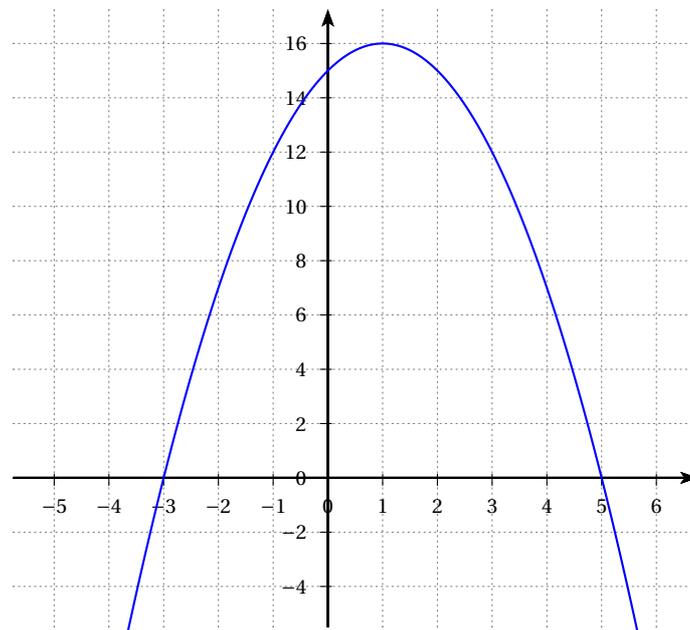
1. A quelle altitude se trouve la falaise? Justifier la réponse.
2. Calculer  $f(1)$ . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Montrer que :  $f(t) = -0,5(t+2)(t-4)$ .
4. Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$ .
5. Au bout de combien de secondes le pied du plongeur atteint-il la mer?  
Justifier la réponse.
6. Question subsidiaire : quelle est la hauteur maximale atteinte par le pied du plongeur?

### EXERCICE 18

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-4 ; 6]$  par :

$$f(x) = -x^2 + 2x + 15$$

La fonction  $f$  est représentée sur le graphique ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = 0$ .
2. Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4 ; 6]$ .
3. Déterminer graphiquement les coordonnées du sommet  $S$  de la courbe de  $f$ .
4. En déduire une équation de l'axe de symétrie de la courbe de  $f$ .
5. Donner la forme factorisée de  $f(x)$ .
6. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[-4 ; 6]$ .
7. Résoudre l'inéquation :  $-x^2 + 2x + 3 \geq 0$ .

### EXERCICE 19

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

1. Montrer que le nombre  $-1$  est une racine de la fonction  $f$ .
2. Montrer que, pour tout réel  $x$ , on a :  $f(x) = 3(x+1)(x-3)$ .
3. Quelles sont les solutions de l'équation  $f(x) = 0$ ?
4. Faire un schéma à main levée de la courbe représentative de la fonction  $f$ .
5. Donner l'équation de l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction  $f$ .
6. Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
7. Expliquer pourquoi le minimum de la fonction  $f$  est atteint en  $1$ .
8. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

### EXERCICE 20

Un restaurateur conçoit entre 10 et 80 repas.

Le coût de conception de  $x$  repas, en euros, est modélisé par la fonction  $C$  définie sur l'intervalle  $[10 ; 80]$  par :

$$C(x) = 2x^2 - 160x + 3\,200$$

1. Calculer le coût de conception de 50 repas.
2. On suppose qu'un repas est facturé 40 euros.

Montrer que le bénéfice  $B(x)$ , en euros, réalisé par la vente de  $x$  repas, est donné par :

$$B(x) = -2x^2 + 200x - 3\,200$$

3. Montrer que pour tout  $x \in [10 ; 80]$ , on a :  $B(x) = -2(x-20)(x-80)$ .
4. Déterminer le tableau de signes de  $B(x)$  sur l'intervalle  $[10 ; 80]$ .
5. Combien de repas le restaurateur doit-il concevoir et vendre pour réaliser un bénéfice?
6. Déterminer le nombre de repas à concevoir et à vendre pour que le bénéfice soit maximal.